Differenciálgeometria **2. zárthelyi** 2013. december 11.

1. Mondja ki a felület definícióját, és a megadásának módjait (4 pont).
2. Definiálja a következő fogalmakat.
   (a) első alapmennyiségek (A felület mely jellemzőinek vizsgálatakor találkoztunk velük?) (2 pont)
   (b) második alapmennyiségek (2 pont)
   (c) főgörbületek, főirányok (2 pont)
   (d) szorzat- és összeggörbület (2 pont)
3. Mondja ki a Theorema Egregiumot! (2 pont)
4. Két felület izometrikus-e, ha az első és a második alapmennyiségeik megegyeznek? (1 pont)
5. Tekintsük azt a kúpot, melynek vezérgörbéje az $[x, y]$ síkban az $(1, 2, 0)$ középpontú 1 sugarú kör, csúcspontja az $(1, 2, 1)$ pont. Írjuk fel a paraméteres, implicit és explicit egyenletét. (7 pont)
6. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi két egyenletrendszer ugyanazt a felületet írja le. (5 pont)
$$x = \frac{u}{u^2+v^2}, \quad y = \frac{v}{u^2+v^2}, \quad z = \frac{1}{u^2+v^2}$$
$$x = u\cos v, \quad y = u\sin v, \quad z = u^2$$
7. Bizonyítsuk be, hogy az $xyz = a^3$ egyenletű felület érintősíkjai egyenlő térfogatú tetraédereket alkotnak a koordinátasíkokkal. (5 pont)
8. Számítsuk ki, hogy az $\mathbf{r}(u, v) = (u\cos v, u\sin v, v)$ felületen a $v = u+1$ és a $2u+v = 4$ egyenletű felületi görbék milyen szögben metszik egymást. (5 pont)
9. Számítsuk ki az $x^2+y^2-\frac{z^2}{4} = 0$ kúpnak az $x^2+y^2-2y = 0$ egyenletű felület belsejébe eső részének felszínét. (5 pont)
10. Számítsuk ki a csavarfelület első és második alapmennyiségeit, szorzat- és összeggörbületét! (8 pont)
$$x = a(\cos u - v\sin u), \quad y = a(\sin u + v\cos u), \quad z = b(u+v)$$

Differenciálgeometria **2. zárthelyi** 2013. december 11.

1. Mondja ki a felület definícióját, és a megadásának módjait (4 pont).
2. Definiálja a következő fogalmakat.
   (a) első alapmennyiségek (A felület mely jellemzőinek vizsgálatakor találkoztunk velük?) (2 pont)
   (b) második alapmennyiségek (2 pont)
   (c) főgörbületek, főirányok (2 pont)
   (d) szorzat- és összeggörbület (2 pont)
3. Mondja ki a Theorema Egregiumot! (2 pont)
4. Két felület izometrikus-e, ha az első és a második alapmennyiségeik megegyeznek? (1 pont)
5. Tekintsük azt a kúpot, melynek vezérgörbéje az $[x, y]$ síkban az $(1, 2, 0)$ középpontú 1 sugarú kör, csúcspontja az $(1, 2, 1)$ pont. Írjuk fel a paraméteres, implicit és explicit egyenletét. (7 pont)
6. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi két egyenletrendszer ugyanazt a felületet írja le. (5 pont)
$$x = \frac{u}{u^2+v^2}, \quad y = \frac{v}{u^2+v^2}, \quad z = \frac{1}{u^2+v^2}$$
$$x = u\cos v, \quad y = u\sin v, \quad z = u^2$$
7. Bizonyítsuk be, hogy az $xyz = a^3$ egyenletű felület érintősíkjai egyenlő térfogatú tetraédereket alkotnak a koordinátasíkokkal. (5 pont)
8. Számítsuk ki, hogy az $\mathbf{r}(u, v) = (u\cos v, u\sin v, v)$ felületen a $v = u+1$ és a $2u+v = 4$ egyenletű felületi görbék milyen szögben metszik egymást. (5 pont)
9. Számítsuk ki az $x^2+y^2-\frac{z^2}{4} = 0$ kúpnak az $x^2+y^2-2y = 0$ egyenletű felület belsejébe eső részének felszínét. (5 pont)
10. Számítsuk ki a csavarfelület első és második alapmennyiségeit, szorzat- és összeggörbületét! (8 pont)
$$x = a(\cos u - v\sin u), \quad y = a(\sin u + v\cos u), \quad z = b(u+v)$$