Differenciálgeometria 1 **2. zárthelyi** 2014. december 10.

1. Definiáld a következő fogalmakat.
   (a) reguláris felületen értelmezett függvény differenciálhatósága (2 pont)
   (b) reguláris felület érintősíkja (2 pont)
   (c) irányítható felület (2 pont)
   (d) konform leképezés (2 pont)
2. Bizonyítsd be, hogy a Weingarten-leképezés önadjungált lineáris leképezés. (4 pont)
3. Írd fel az Euler-formulát, és definiáld a benne szereplő mennyiségeket. (3 pont)
4. Milyen transzformációkból áll a $\mathbb{H}$ hiperbolikus sík felső félsík modelljének irányítástartó izometriái? (+2 pont)
5. Paraméterezzük úgy a tóruszt, hogy a paramétervonalak körök legyenek. (5 pont)
6. Bizonyítsuk be, hogy az $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+z^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ egyenletű felület érintősíkjai koordinátatengelyekkel vett metszeteinek az origótól való távolságának négyzetösszege állandó. (6 pont)
7. Számítsuk ki az $\mathbf{r}(u,v)=(u^2+3v, v^3-6u, 2uv)$ felületen az $u=2v$ és a $v=u+1$ egyenletű felületi görbék által bezárt szöget. (6 pont)
8. Számítsuk ki az $\mathbf{r}(u,v)=(u\cos v, u\sin v, 3u)$ kúpnak $(u\in[0,\infty), v\in[0,2\pi))$ a $v=0$ és $u=v$ felületi görbéi által határolt rész felszínét. (6 pont)
9. Bizonyítsuk be, hogy egy reguláris felület pontosan akkor sík, ha a második alapformája azonosan 0. (6 pont)
10. Mutassuk meg, hogy a nyeregfelület ($z=x^2-y^2$) minden pontja hiperbolikus. (6 pont)

Differenciálgeometria 1 **2. zárthelyi** 2014. december 10.

1. Definiáld a következő fogalmakat.
   (a) reguláris felületen értelmezett függvény differenciálhatósága (2 pont)
   (b) reguláris felület érintősíkja (2 pont)
   (c) irányítható felület (2 pont)
   (d) konform leképezés (2 pont)
2. Bizonyítsd be, hogy a Weingarten-leképezés önadjungált lineáris leképezés. (4 pont)
3. Írd fel az Euler-formulát, és definiáld a benne szereplő mennyiségeket. (3 pont)
4. Milyen transzformációkból áll a $\mathbb{H}$ hiperbolikus sík felső félsík modelljének irányítástartó izometriái? (+2 pont)
5. Paraméterezzük úgy a tóruszt, hogy a paramétervonalak körök legyenek. (5 pont)
6. Bizonyítsuk be, hogy az $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+z^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ egyenletű felület érintősíkjai koordinátatengelyekkel vett metszeteinek az origótól való távolságának négyzetösszege állandó. (6 pont)
7. Számítsuk ki az $\mathbf{r}(u,v)=(u^2+3v, v^3-6u, 2uv)$ felületen az $u=2v$ és a $v=u+1$ egyenletű felületi görbék által bezárt szöget. (6 pont)
8. Számítsuk ki az $\mathbf{r}(u,v)=(u\cos v, u\sin v, 3u)$ kúpnak $(u\in[0,\infty), v\in[0,2\pi))$ a $v=0$ és $u=v$ felületi görbéi által határolt rész felszínét. (6 pont)
9. Bizonyítsuk be, hogy egy reguláris felület pontosan akkor sík, ha a második alapformája azonosan 0. (6 pont)
10. Mutassuk meg, hogy a nyeregfelület ($z=x^2-y^2$) minden pontja hiperbolikus. (6 pont)