1. vizsga végeredményei

4. szakadási helye

5. (c)

6. Invertálható, inverze: $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{x-5}$.

7. A függvény: $f(x) = (x-30) \cdot \frac{100-x}{100}$, melynek deriváltja $x = 65$-ben tűnik el, ami maximum, hiszen $f''(65) = -\frac{1}{50} < 0$.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, nincs zérushely, paritás, periódus.

   $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \to \infty} f(x) = 2$, így vízszintes aszimptoták vannak.

$$f'(x) = \frac{6e^x}{(3+e^x)^2} > 0$$
$$f''(x) = \frac{6e^x(3-e^x)}{(3+e^x)^3},$$

   így végig monoton nő, és $x = \ln(3)$ inflexiós pont (előtte konvex, utána konkáv). ÉK: $(0, 2)$.

9. Parciális integrálással: $\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = x \ln x - x + C$. Tehát $f(x) = x \ln x - x + 3$.

10.
$$\int_{\pi^2}^{4\pi^2} \frac{\sin\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = \left[-2\cos(\sqrt{x})\right]_{\pi^2}^{4\pi^2} = -4$$

11. A két görbe metszéspontja az $x^2 - 3 = 2x$ egyenlet megoldása, azaz $x_1 = -1, x_2 = 3$. Ekkor síkidom területe:

$$\int_{-1}^{3} 2x - (x^2 - 3)\,\mathrm{d}x = \frac{32}{3}.$$