

2. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt szigorúan monoton csökkenőnek? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ jelölést ($x_0 \in \mathbb{R}$) használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Bolzano-tételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha létezik $K \in \mathbb{R}$ valós szám, hogy $|f(x)| \leq K$ minden $x \in D_f$ esetén.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $I \subseteq D_f$ intervallumon konkáv, ha
 - (a) $f(x_0) \leq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ minden $x, x_0 \in I$ esetén.
 - (b) $f(x_0) \geq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ minden $x, x_0 \in I$ esetén.
 - (c) $f(x) \leq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ minden $x, x_0 \in I$ esetén.
 - (d) $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ minden $x, x_0 \in I$ esetén.
6. Invertálható-e az $f(x) = 3 \sin(x - \frac{\pi}{2})$ függvény a $[0, \pi]$ intervallumon? Ha igen, adjuk meg az inverzét! (6 pont)
7. Peti mézeskalácsokat árul az adventi vásárban. Ha egy darabot x forint költségen állít elő, akkor azt $20\sqrt{x}$ forintért tudja eladni. Mennyi pénzért állítson elő egy darabot, hogy a darabonkénti haszna maximális legyen? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \frac{x^3 + 16}{2x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (7 pont)

$$\int \sqrt{x} (\sqrt{x} - 2)^2 dx = ?$$

10. (7 pont)

$$\int_0^2 2xe^{2x} dx = ?$$

11. Mennyi az $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ függvény ($x \in [1, 2]$) grafikonjának x -tengely körüli megforgatásával kapott forgástest térfogata? (6 pont)