

4. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt konvexnek? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$ jelölést ($A \in \mathbb{R}$) használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Newton–Leibniz-szabályt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pont _____, ha a függvény x_0 -ban nem folytonos.
5. Melyik a definíció helyes befejezése? (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban differenciálható, ha létezik és véges a következő határérték.
 - (a) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
 - (b) $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h)$
 - (c) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$
 - (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
6. Keressük meg a szakadási helyeket, és azok fajtáit! (7 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-x-2}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}, \\ \frac{2}{3}, & \text{ha } x = -1 \text{ vagy } x = 2. \end{cases}$$

7. Peti a szilveszteri túl sok ivás miatt megfogadja, hogy az új évben nem fog inni egy darabig. Ha azt fogadja meg, hogy x napig nem iszik, akkor valójában $x - \frac{x^2}{50}$ napig nem iszik. Hogyan válassza meg az x -et, hogy a lehető legtöbb napig ne igyon? (6 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre $f''(x) = x^2 - 3$, továbbá $f'(3) = 1$ és $f(0) = 3$ teljesül? (7 pont)
10. (6 pont)

$$\int e^x \cos(2e^x) dx = ?$$

11. Számítsuk ki az $f(x) = \sin x$ ($x \in [0, \pi]$) függvény grafikonja és az $y = \frac{1}{2}$ egyenes által közrezárt síkidom területét! (7 pont)