

## 4. vizsga

1. Mit nevezünk inverz függvénynek? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a (kis) Bézout-tételt. (3 pont)

4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)

Egy  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) \_\_\_\_\_, ha  $x_1 < x_2$  ( $x_1, x_2 \in D_f$ ) esetén  $f(x_2) < f(x_1)$ .

5. Melyik a tétel helyes befejezése? (3 pont)

Egy  $n$ -edfokú egész együtthatós polinomnak csak olyan  $\frac{a}{b}$  racionális gyöke van (ahol  $a$  és  $b$  relatív prím), melyre

- (a)  $a$  osztja a főegyütthatót és  $b$  osztja a konstans tagot.
- (b)  $a$  osztja a konstans tagot és  $b$  osztja a főegyütthatót.
- (c)  $b = \pm 1$  és  $a$  osztja a főegyütthatót.
- (d)  $b = \pm 1$  és  $a$  osztja a konstans tagot.

6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}, & \text{ha } x \neq 2, x \neq 3 \\ 4, & \text{ha } x = 2 \text{ vagy } x = 3 \end{cases}$$

7. Gabi a vizsgájáig már csak 16 órát tud tanulni. A vizsga két részből áll: elméletből és gyakorlatból. Ha  $x$  óráig tanulja az elméletet, akkor  $8\sqrt{x}$  pontot szerez az elméleti részen, míg ha a fennmaradó  $y$  órában tanulja a gyakorlatot, akkor a gyakorlati részen  $2y$  pontot szerez. Hogyan ossza be az idejét, hogy a lehető legtöbb pontot szerezzesse összesen? (7 pont)

8. Végezzük el az  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, melyre  $f''(x) = \cos(3x)$  és  $f(0) = 1$  és  $f'(0) = 2$ ? (6 pont)

10. (7 pont)

$$\int \frac{5x+4}{2x^2+3} dx = ?$$

11. Számítsuk ki a  $\sin x$  ( $x \in [0, \pi]$ ) függvény grafikonja és az  $y = 0,5$  egyenes közötti rész területét. (7 pont)