

4. vizsga

1. Definiáljuk az n -edfokú Taylor-polinomot! (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ jelölést használjuk! (3 pont)
3. Mondjuk ki a kis-Bézout-tételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha létezik $k \in \mathbb{R}$ valós szám, hogy $f(x) \geq k$ minden $x \in D_f$ esetén.
5. Melyik a helyes befejezése a definíciónak? (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ szakadási helye ugráshely, ha létezik az x_0 -beli jobb és bal oldali határérték,
(a) és ezek egyenlőek.
(b) és legalább egyike végtelen.
(c) és ezek egyike sem végtelen.
(d) és ezek végesek, de nem egyenlőek.
6. Legyen $f: [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény a következő:

$$f(x) = 5 \cos\left(\frac{x}{3}\right) + \pi \quad x \in [0, 3\pi]$$

Invertálható ez a függvény? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét. (7 pont)

7. Petit váratlanul érte a hóesés, nem szerzett be hólapátot. De tud készíteni is (legfeljebb egy méter széleset), méghozzá x centiméter széleset $20 + x$ perc alatt. Az x centiméter széles lapáttal $150 - 14\sqrt{x}$ percig tart a hótakarítás. Milyen széles lapátot készítsen, hogy a lehető leggyorsabban végezzen? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = e^{4x-2x^2}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (6 pont)

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 1}{x + 3} dx = ?$$

10. (6 pont)

$$\int_1^{e^\pi} \frac{\sin(3 \ln x)}{x} dx = ?$$

11. Határozzuk meg az $y = 3 - x^2$ parabola és az $x + y = 1$ egyenes által meghatározott korlátos síkidom területét. (7 pont)