

## 4. vizsga

1. Szakadási hely definíciója. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Weierstrass-tétel. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  pontban \_\_\_\_\_ van, ha minden  $x \in D_f$  esetén  $f(x) \geq f(x_0)$ .
5. Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $I \subseteq D_f$  intervallumon konvex, ha minden  $x, x_0 \in I$  esetén (3 pont)
  - (a)  $f(x_0) \leq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
  - (b)  $f(x) \leq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
  - (c)  $f(x_0) \geq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
  - (d)  $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
6. Invertálható-e az  $f(x) = 3 \ln(5x - 2)$  függvény? Ha igen, akkor határozzuk meg az inverzét. (6 pont)
7. Ha  $x$  percig reklámozzuk a termékünket, akkor a bevételünk  $100\sqrt{x}$  petákkal nő. Mennyi ideig reklámozzunk, ha a reklám ára 5 peták percenként? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = (4 - x^2)^2$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az  $f$  függvény, melyre  $f'(x) = \arcsin(x)$  és  $f(\frac{1}{2}) = 1$ ? (7 pont)

10. (7 pont)

$$\int_0^2 \frac{3}{3x^2 + 4} dx = ?$$

11. Határozzuk meg az  $f(x) = e^{2x}$  függvény ( $x \in [0, 1]$ ) grafikonjának  $x$  tengely körüli megforgatásból kapott forgástest térfogatát. (6 pont)