

## 5. vizsga

1. Mit nevezünk határozatlan integrálnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Lagrange-féle középértéktételt. (3 pont)

4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)

Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  pontban \_\_\_\_\_ van, ha minden  $x \in D_f$  esetén  $f(x) \leq f(x_0)$ .

5. Melyik a definíció helyes befejezése? (3 pont)

Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  szakadási helye megszüntethető, ha létezik az  $x_0$ -beli jobb és bal oldali határérték,

(a) de nem egyenlőek.

(b) és ezek végesek, de nem egyenlőek.

(c) és ezek végesek és egyenlőek.

(d) és legalább egyike végtelen.

6. Keressük meg az összes valós gyökét az alábbi polinomnak. (6 pont)

$$3x^4 + 7x^3 - 6x^2 - 6x + 4$$

7. Gabi a vizsgái után síelni megy. Viszont sílécét sokáig nem használta, így ha  $x$  órát foglalkozik a sífelszerelése rendbetételével, akkor  $12+3x$  km/h átlagsebességgel tud utána menni. Ha összesen öt órája van, akkor mennyit foglalkozzon a rendbetétellel, hogy a lehető leghosszabb távot síelhessen? (7 pont)

8. Végezzük el az  $f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (7 pont)

$$\int 3x^2 e^{3x} dx = ?$$

10. (6 pont)

$$\int_1^{e^\pi} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = ?$$

11. Határozzuk meg az  $f(x) = \sqrt{x+3}$  függvény grafikonja és az  $y = \frac{x+9}{5}$  egyenes által meghatározott (korlátos) síkidom területét. (7 pont)