

5. vizsga

1. Mit nevezünk inverz függvénynek? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$ jelölést használjuk! (3 pont)
3. Mondjuk ki a Rolle-tételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $I \subseteq D_f$ intervallumon _____, ha $f(x) \leq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ minden $x, x_0 \in I$ esetén.
5. Melyik a helyes befejezése a definíciónak? (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban lokális maximuma van,
 - (a) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.
 - (b) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
 - (c) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.
 - (d) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
6. Keressük meg az alábbi függvény szakadási helyeit és azok fajtáit! (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}, & \text{ha } x \neq 2 \\ 1, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

7. Peti a vizsgájáig már csak 18 órát tud tanulni. A vizsga két részből áll: elméletből és gyakorlatból. Ha x óráig tanulja az elméletet, akkor $12\sqrt{x}$ pontot szerez az elméleti részen, míg ha a fennmaradó y órában tanulja a gyakorlatot, akkor a gyakorlati részen $2y$ pontot szerez. Hogyan ossza be az idejét, hogy a lehető legtöbb pontot szerezzesse összesen? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = x^2(x+1)^2$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f''(x) = e^{3x} + 3$, továbbá $f(0) = 1$ és $f'(0) = 3$? (6 pont)
10. (6 pont)

$$\int \operatorname{arctg}(3x) \, dx = ?$$

11. Az $f(x) = x\sqrt{\sin x}$, $x \in [0, \pi]$ függvény grafikonját az x tengely körül megforgatjuk. Mennyi a keletkező forgástest térfogata? (8 pont)