

5. vizsga

1. Ugrás szakadás definíciója. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Inflexiós pont definíciója. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha minden $x_0 \in D_f$ pontban folytonos.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$)
 - (a) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális minimuma van.
 - (b) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) \leq 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális minimuma van.
 - (c) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) \geq 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális minimuma van.
 - (d) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) > 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális minimuma van.
6. Invertálható-e az $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \sin\left(\frac{2x-\pi}{2}\right) + 5$, $x \in [0, \pi]$ függvény?
Ha igen, adjuk meg az inverzét. (7 pont)
7. Ha Peti x órát készül a holnapi vizsgájára, akkor $20 + 6\sqrt{x}$ pontnyi feladatot tud megoldani a vizsgán, ám a kimerültség miatt figyelmetlenségből annyi pontot veszít, ahány órát készült. Mennyit készüljön, hogy a lehető legtöbb pontot érje el a vizsgán? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \frac{2x+3}{3-x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f''(x) = \cos(3x)$, továbbá $f'(0) = 2$ és $f(0) = 1$? (6 pont)
10. (7 pont)
$$\int_{\frac{1}{3}}^3 x \ln(3x) dx = ?$$
11. Az $f(x) = \sqrt[3]{4x}$ függvény ($x \in [0, 2]$) grafikonját az x tengely körüli megforgattuk. Mennyi a kapott forgástest térfogata? (6 pont)