

## 6. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt alulról korlátosnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$  jelölést ( $A \in \mathbb{R}$ ) használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Lagrange-féle középértéktételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Az  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $I \subseteq \mathbb{R}$  nyílt intervallum) \_\_\_\_\_ az összes primitív függvényének halmaza.
5. Melyik a helyes tétel? (3 pont)
  - (a) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $x_0$ -ban lokális minimuma van, akkor  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) > 0$ .
  - (b) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) > 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális minimuma van.
  - (c) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) \geq 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális minimuma van.
6. Keressük meg a szakadási helyeket, és azok fajtáit! (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{|x|}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 0, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

7. Peti a sikeres vizsgái után körutazásra megy, és ehhez autót bérel. Az autó költsége a bérleti díjból és a benzinköltségből áll. A bérleti díj 3600 Ft óránként. Az egy kilométerre jutó benzinköltség  $\frac{v^2}{120}$  Ft, ha  $v$  km/h sebességgel megy. Mekkora sebességgel menjen az autóval, hogy a tervezett 1000 km-t a lehető legolcsóbban járja be? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, amelyre  $f''(x) = \cos(2x)$ , továbbá  $f'(0) = 2$  és  $f(0) = 3$  teljesül? (7 pont)
10. (7 pont)

$$\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx = ?$$

11. Az  $f(x) = e^{-x}$ ,  $x \in [0, 1]$  függvény grafikonját az  $x$ -tengely körül megforgatjuk. Mennyi a keletkező forgástest térfogata? (6 pont)