

6. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt korlátosnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ jelölést ($A \in \mathbb{R}$) használjuk. (3 pont)
3. Mit nevezünk primitív függvénynek? (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha $x \in D_f$ esetén $-x \in D_f$ és $f(-x) = f(x)$.

5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban lokális minimuma van, ha
 - (a) van olyan $\varepsilon > 0$, hogy $|x - x_0| < \varepsilon$ esetén $f(x_0) \leq f(x)$.
 - (b) van olyan $\varepsilon > 0$, hogy $|x - x_0| < \varepsilon$ esetén $f(x_0) \geq f(x)$.
 - (c) minden $x \in D_f$ esetén $f(x_0) \leq f(x)$.
 - (d) minden $x \in D_f$ esetén $f(x_0) \geq f(x)$.

6. Keressük meg a szakadási helyeket, és azok fajtáit! (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}, \\ 1, & \text{ha } x = 0, \text{ vagy } x = 1. \end{cases}$$

7. Kati farsangi fánkot készít. Tudja, hogy x darab elkészítése $80 + \frac{x^2}{5}$ percig tart. Hány darabot készítsen, hogy az egy darabra jutó idő a lehető legkevesebb legyen? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre $f''(x) = 2 \sin(3x)$, továbbá $f(0) = 3$ és $f'(0) = 2$ teljesül? (6 pont)

10. (6 pont)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}(x)}{\cos^2(x)} dx = ?$$

11. Mennyi az $f(x) = (x + 1)^{\frac{3}{2}}$ függvény ($x \in [3, 7]$) grafikonjának ívhossza? (7 pont)