

## 7. vizsga

1. Mondjuk ki az összetett függvény differenciálási szabályát! (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$  jelölést ( $A \in \mathbb{R}$ ) használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Bolzano-tételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Az  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $I \subseteq \mathbb{R}$  nyílt intervallum) \_\_\_\_\_  $F: I \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
ha  $F$  differenciálható  $I$ -n, és  $F'(x) = f(x)$  minden  $x \in I$  esetén.
5. Melyik a helyes befejezése a definíciónak? (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  pontban abszolút maximuma van, ha
  - (a) minden  $x \in D_f$  esetén  $f(x_0) \geq f(x)$ .
  - (b) minden  $x \in D_f$  esetén  $f(x_0) \leq f(x)$ .
  - (c) van olyan  $\delta > 0$ , hogy  $|x - x_0| < \delta$  esetén  $f(x_0) \geq f(x)$ .
  - (d) van olyan  $\delta > 0$ , hogy  $|x - x_0| < \delta$  esetén  $f(x_0) \leq f(x)$ .
6. Invertálható-e az  $f(x) = (x - 2)^2 + 5$  függvény ( $x \in \mathbb{R}$ )? Ha igen, adjuk meg az inverzét! (6 pont)
7. Peti síelni megy. Összesen 8 órája van. Ha ebből  $x$  órát foglalkozik a síelés tanulásával, akkor utána  $5x$  km/h sebességgel fog tudni síelni a maradék időben. Hány órát tanuljon, hogy a lehető legtöbb km-t tudjon síelni? (6 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = e^{2x-2x^2}$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. (7 pont)
$$\int x^2 e^{2x} dx = ?$$
10. (7 pont)
$$\int_0^{\pi/2} \sin^2(x) \cos(x) dx = ?$$
11. Számítsuk ki az  $y = -x^2 + 3x - 1$  parabola és az  $y = 3x - 5$  egyenes által határolt síkidom területét! (7 pont)