

Gyakorló feladatok az 1. zh-hoz

Matematika A2a-Vektorfüggvények
M kurzusok
2017. tavaszi félév

2017. január

F1. Számítsa ki a

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

improprius integrált.

F2. Számítsa ki a

$$\int_0^{+\infty} 2xe^{-3x} dx$$

improprius integrált.

F3. Számolja ki az $A(1, 2, 1)$, $B(-1, 0, 2)$ és $C(1, -3, -1)$ csúcsú háromszög területét.

F4. Határozza meg a $P(1, 1, 2)$ pontnak a $2x - 2y + z + 3 = 0$ egyenletű síktól vett távolságát.

F5. Végezze el az alábbi műveleteket:

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$,

(c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}^3$,

(d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^n$, $n = 2, 3, \dots$

F6. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Számítsa ki a következőket:

- a) $\mathbf{A}\mathbf{v}$, b) $\mathbf{v}^T\mathbf{A}$, c) $\mathbf{v}^T\mathbf{A}\mathbf{v}$, d) $\mathbf{BA} - \mathbf{AB}$,
e) $\mathbf{B}^T\mathbf{A} \cdot 2\mathbf{v}$, f) $\det(\mathbf{A})$, g) $\det(\mathbf{AB})$, h) \mathbf{A}^{-1} .

F7. Számítsa ki az alábbi mátrixok determinánsát:

(a) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 7 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, (b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 9 & 16 & 25 & 36 \\ 16 & 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$.

F8. Számítsa ki az alábbi mátrixok rangját.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}, \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad (c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 & 8 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

F9. Számítsa ki az alábbi mátrixok inverzét:

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

F10. A $\lambda \in \mathbb{R}$ paramétertől függően vizsgálja és oldja meg az $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ egyenletet a valós számok körében, ahol

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 + \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 + \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$