2. vizsga

1. Vektoriális szorzat definíciója. (3 pont)

2. Altér definíciója. (3 pont)

3. Parciális derivált definíciója. (3 pont)

4. Hányados kritérium kimondása. (3 pont)

5. Ha az (x_0, y_0) pont valamely környezetében az $f(x, y)$ függvény második parciális deriváltjai léteznek és folytonosak továbbá $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$, (3 pont)
   (a) akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban.
   (b) és $f''_{xx}(x_0, y_0) \geq 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális minimuma van az (x_0, y_0) pontban.
   (c) és $f''_{xx}(x_0, y_0) > 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális minimuma van az (x_0, y_0) pontban.
   (d) és $f''_{xx}(x_0, y_0)f''_{yy}(x_0, y_0) - (f''_{xy}(x_0, y_0))^2 > 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban.

6. Legyen $z_1 = 3 - 2i$ és $z_2 = 8 - i$. Mennyi $|z_1| - \dfrac{z_2}{z_1} + \overline{z_2}$? (7 pont)

7. Tudjuk, hogy az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (2, 3)$. Határozzuk meg a p paraméter értékét, a sajátértékeket és a másik sajátvektort. (8 pont)

8. Számítsuk ki az $f(x, y) = y^2 e^{xy}$ függvény $(0, 3)$ pontbeli $\mathbf{v} = (-1, 3)$ irányú deriváltját. (7 pont)

9. Számoljuk ki az alábbi integrált. (8 pont)

$$\iint\limits_A 3x^2y \,\mathrm{d}(x, y), \text{ ahol } A = \left\{(x, y) \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq x \leq y\right\}$$

10. Mennyi az $a_n = \left(\dfrac{2n - 3}{2n + 5}\right)^n$ sorozat határértéke? (7 pont)

11. Határozzuk meg az $f(x) = \dfrac{x}{x + 2}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és a sor első három nemnulla tagját is írjuk fel. Mennyi a sor konvergenciasugara? (8 pont)