2. vizsga végeredményei

5. (b)

6. Az $\overrightarrow{AB} = (0, -4, 1)$ és $\overrightarrow{AC} = (-1, -6, 2)$ vektorok $(-2, -1, -4)$ vektoriális szorzatának $\sqrt{21}$ hosszának a fele megadja az ABC háromszög területét: $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

7. A vektorokból álló mátrix rangja a kérdés, ami a szokásos sor- és oszlopműveletekkel 2.

8. A karakterisztikus egyenlet: $-\lambda^3+\lambda^2+2\lambda$, melynek gyökei $0, 2, -1$ a sajátértékek.
   0-hoz tartozó sajátvektorok: $\{(-2x, x, 0) \mid x \neq 0\}$,
   2-höz tartozó sajátvektorok: $\{(-2x, x, 2x) \mid x \neq 0\}$,
   -1-hez tartozó sajátvektorok: $\{(-x, -x, x) \mid x \neq 0\}$.

9. $$f(x) = \frac{x}{x^2-5} = -\frac{x}{5}\frac{1}{1-\frac{x^2}{5}} = -\frac{x}{5}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x^2}{5}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{-1}{5^{n+1}}x^{2n+1},$$
   ha $\left|\frac{x^2}{5}\right| < 1$, azaz $|x| < \sqrt{5}$.

10. Ha a, b, c jelöli az oldalakat, akkor $abc = 1$ és a festett felület nagysága:
    $$4ab + 2bc + 2ac = 4ab + \frac{2}{a} + \frac{2}{b}.$$
    A parciális deriváltak eltűnéséből $a = b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ és $c = \sqrt[3]{4}$. A Hesse-determináns ebben az esetben pozitív, így ez lokális szélsőérték, és mivel f''_{aa} pozitív, így lokális minimum.

11. Polárkoordinátákkal számolunk:
    $$\iint 6xy^3 = \int_0^{\sqrt{5}}\int_0^{\frac{\pi}{4}} 6r\cos(\varphi)(r\sin(\varphi))^3 r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}r = \int_0^{\sqrt{5}}\left[6r^5\frac{\sin^4(\varphi)}{4}\right]_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}r = \frac{125}{16}$$