3. vizsga

1. Mikor nevezünk vektorokat lineárisan függetlennek? (3 pont)

2. Diagonális mátrix definíciója. (3 pont)

3. Gradiens definíciója. (3 pont)

4. Gyökkritérium kimondása. (3 pont)

5. Az (a_n) sorozat a mínusz végtelenbe tart, ha (3 pont)
   (a) minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy $K < a_n$, ha $n > N$.
   (b) minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy $K > a_n$, ha $n > N$.
   (c) minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy $K < a_n$ esetén $n > N$.
   (d) minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy $K > a_n$ esetén $n > N$.

6. Számítsuk ki az $A(2, 1, -1), B(3, 1, 1), C(3, 0, -2), D(1, 2, 3)$ pontok által meghatározott tetraéder térfogatát. (7 pont)

7. Állapítsuk meg, hogy hány megoldása van az alábbi egyenletrendszernek a p paraméter függvényében. (8 pont)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 &= 3 \\ -x_1 + x_2 + 4x_4 &= p \end{aligned}$$

8. Írjuk fel az $f(x, y) = \dfrac{1 - 2xy}{x - 3}$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkját. (7 pont)

9. Számoljuk ki az alábbi integrált. (8 pont)

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 \sin\left(y^2\right)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x$$

10. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1} - 5^n}{2^{3n-2}}$ sorösszeget. (7 pont)

11. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{(n+1)3^n}$ hatványsor konvergenciaintervallumát. (8 pont)