

#### 4. vizsga

1. Sík Hesse-féle normálegyenlete (benne szereplő jelölések magyarázatával). (3 pont)
2. Mikor nem invertálható egy mátrix? (3 pont)
3. Hányados kritérium kimondása. (3 pont)
4. Hogyan számítjuk ki a tömegközéppontot homogén sűrűségfüggvény esetén? (3 pont)
5. A  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  komplex szám harmadik gyökei a (3 pont)
  - (a)  $z_k = \sqrt[r]{r} \left( \cos \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) \right)$  komplex számok  $k = 0, 1, 2$ -re.
  - (b)  $z_k = \sqrt[r]{r} \left( \cos \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{3} \right) \right)$  komplex számok  $k = 0, 1, 2$ -re.
  - (c)  $z_k = r^{\frac{1}{3}} \left( \cos \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) \right)$  komplex számok  $k = 0, 1, 2$ -re.
  - (d)  $z_k = r^{\frac{1}{3}} \left( \cos \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\varphi + 2k\pi}{3} \right) \right)$  komplex számok  $k = 0, 1, 2$ -re.
6. Bontsuk fel a  $(6, 5, 4)$  vektort az  $(1, 2, 3)$  vektorral párhuzamos, és arra merőleges komponensre! (6 pont)
7. Legfeljebb hány lineárisan független vektor választható ki az alábbi vektorok közül? (8 pont)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

8. Számoljuk ki a  $\cos(0, 1)$  értékét 4 tizedesjegy pontossággal (a tanult módszerrel)! (7 pont)
9. Írjuk fel az  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x-2}}{e^{y-1}}$  függvény  $P(3, 1)$  pontbeli érintősíkját! (7 pont)
10. Drótból egy téglatest élvázát építjük meg, az alsó lap éleit kétszeresen, a többi élet egyszeresen. Legalább mennyi dróra van szükségünk, ha azt szeretnénk, hogy a téglatest térfogata  $3 \text{ m}^3$  legyen? (10 pont)
11. Integráljuk az  $f(x, y) = xy$  függvényt az  $y = 2x$  egyenes és az  $y = x^2$  görbe között! (7 pont)