4. vizsga

1. Mikor nevezünk vektorokat lineárisan összefüggőnek? (3 pont)

2. Minoráns kritérium kimondása. (3 pont)

3. Konvergenciatartomány definíciója. (3 pont)

4. Többváltozós függvény differenciálhatóságának definíciója. (3 pont)

5. Ha az (x_0, y_0) pont valamely környezetében az $f(x, y)$ függvény második parciális deriváltjai léteznek és folytonosak, (3 pont)
   (a) továbbá $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban.
   (b) továbbá $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$ és $f''_{xx}(x_0, y_0) \geq 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális minimuma van az (x_0, y_0) pontban.
   (c) továbbá $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$ és $f''_{xx}(x_0, y_0) > 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális minimuma van az (x_0, y_0) pontban.
   (d) továbbá az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban, akkor $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$.

6. Írjuk fel a $\mathbf{v}_1 = (1, 0, -2)$ és $\mathbf{v}_2 = (2, -1, 3)$ vektorokkal párhuzamos, a $P(2, 3, 1)$ ponton átmenő sík egyenletét. (6 pont)

7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert. (8 pont)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 &= -4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 7 \end{aligned}$$

8. Határozzuk meg a $z = 1 - \sqrt{3}i$ komplex szám kilencedik hatványát (az eredményt algebrai alakban adjuk meg). (6 pont)

9. Határozzuk meg $e^{-0{,}1}$ értékét 3 tizedesjegy pontossággal (számológép használata nélkül). (8 pont)

10. Határozzuk meg az $f(x, y) = \frac{2y+1}{x}$ függvény $\mathbf{v} = (5, 12)$ irányú deriváltját a $P(1, 3)$ pontban. Mennyi az iránymenti derivált minimuma ebben a pontban? (8 pont)

11. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét a megadott tartományon. (9 pont)

$$\iint_A 2xy + 1 \,\mathrm{d}(x, y) \qquad A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 3,\ 0 \leq y \leq x\}$$