5. vizsga

1. Sík Hesse-féle normálegyenlete. (3 pont)

2. Mátrix rangjának definíciója. (3 pont)

3. Gyökkritérium kimondása. (3 pont)

4. Jacobi-mátrix definíciója. (3 pont)

5. Az (a_n) sorozat a mínusz végtelenbe tart, ha (3 pont)
   (a) létezik olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy minden $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexre $a_n < K$, ha $n > N$.
   (b) létezik olyan $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy minden $K \in \mathbb{R}$ számra $a_n < K$, ha $n > N$.
   (c) minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy $a_n < K$, ha $n > N$.
   (d) minden $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexhez van olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy $a_n < K$, ha $n > N$.

6. Számoljuk ki az $A(3,2,4)$, $B(1,2,0)$, $C(4,1,3)$ csúcsú háromszög területét. (7 pont)

7. Számoljuk ki az alábbi mátrix sajátértékeit, és adjunk meg *egy* sajátvektort. (7 pont)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

8. Határozzuk meg az $a_n = \left(\frac{n+2}{n-2}\right)^{2n}$ sorozat határértékét. (6 pont)

9. Írjuk fel az $f(x) = \frac{10x}{x^2-5}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát és állapítsuk meg a konvergenciaintervallumát is. (8 pont)

10. Keressük meg az $f(x,y) = x^2 - 6xy + y^3 + 3y^2$ függvény lokális szélsőértékeit. (9 pont)

11. Számítsuk ki az alábbi integrált. (8 pont)

$$\int_0^1 \int_{3x}^3 \cos(y^2)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$$