5. vizsga

1. Vektoriális szorzat definíciója. (3 pont)
2. Mikor diagonalizálható egy mátrix? (3 pont)
3. Hogyan számolhatjuk ki egy trigonometrikus alakban adott komplex szám n-edik hatványát? (3 pont)
4. Jacobi-mátrix definíciója. (3 pont)
5. A $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ sor pontosan akkor konvergens, ha (3 pont)
   (a) $a < 1$.
   (b) $a \leq 1$.
   (c) $a \geq 1$.
   (d) $a > 1$.
6. Bontsuk fel a $(2, 5, -5)$ vektort a $(2, -1, 1)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges komponensre. (7 pont)
7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert. (8 pont)
$$\begin{aligned} 2x + 8y + 8z &= 24 \\ x + 3y + 2z + v &= 9 \\ 3x + 6y + 6v &= 18 \\ 3x + 7y + 2z + 5v &= 21 \end{aligned}$$
8. Mennyi az $f(x, y) = x \ln(xy^2)$ függvény iránymenti deriváltjának minimuma a $P(1, -1)$ pontban? (7 pont)
9. Számoljuk ki az $f(x, y) = x^2 y$ függvény integrálját az $y = x^2 + 2$ parabola és az $y = -3x$ egyenes között. (8 pont)
10. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3^n}{3^{2n+1}}$ sorösszeget. (8 pont)
11. Határozzuk meg az $f(x) = x \cos(3x)$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és a sor első három nemnulla tagját is írjuk fel. Mennyi a sor konvergenciasugara? (7 pont)