

## 5. vizsga

1. Első típusú improprius integrál definíciója. (3 pont)
2. Mit nevezünk inverz mátrixnak? (3 pont)
3. Parciális derivált definíciója. (3 pont)
4. Majoráns kritérium. (3 pont)
5. Egy  $n$  dimenziós térben ha  $k$  darab vektor bázist alkot, akkor (3 pont)
  - (a)  $k < n$ .
  - (b)  $k \leq n$ .
  - (c)  $k = n$ .
  - (d)  $k \geq n$ .
  - (e)  $k > n$ .

6. Számoljuk ki az  $(1, 0, -1)$  és a  $(-1, 1, 2)$  vektor vektoriális szorzatát. Számítsuk ki az áltuk bezárt szöget is. (7 pont)

7. Legfeljebb hány lineárisan független vektor választható ki az alábbi vektorok közül? (7 pont)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

8. Határozzuk meg az alábbi mátrix sajátértékeit, és az egyik sajátértékhez adjunk meg egy sajátvektort. (7 pont)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

9. Írjuk fel az  $f(x, y) = \frac{xy}{x^3 + y^2}$  függvény  $(2, 3)$  irányú deriváltját az  $(1, -1)$  pontban. (7 pont)

10. Keressük meg az  $f(x, y) = x^2 + 9y^2$  függvény  $xy = 12$  feltétel melletti (lokális) szélsőértékeit, és azok típusát. (9 pont)

11. Számoljuk ki a  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^{n+1} - 3^{n-1}}{2^{3n-1}}$  sor összegét. (8 pont)