5. vizsga végeredményei

5. (a)

6.

$$\int_3^\infty \frac{3}{(2-x)^2}\,\mathrm{d}x = \lim_{b\to\infty}\int_3^b \frac{3}{(2-x)^2}\,\mathrm{d}x = \lim_{b\to\infty}\int_3^b 3(2-x)^{-2}\,\mathrm{d}x =$$
$$= \lim_{b\to\infty}\left[3\frac{(2-x)^{-1}}{-1}(-1)\right]_3^b = 0-(-3)=3$$

7. Sor- és oszlopműveletekkel elérhetjük (miközben cserénél és sor/oszloszorzásnál figyelembe vesszük a szorzót), hogy felső háromszögmátrixot kapjunk, ahol a főátlóbeli elemek szorzata a determináns, ami 24.

8.

$$\frac{1-4i}{2+3i} = \frac{1-4i}{2+3i}\frac{2-3i}{2-3i} = \frac{2-12-8i-3i}{4+9} = -\frac{10}{13}-\frac{11}{13}i$$

9.

$$f(x)=\frac{2}{3+2x}=\frac{2}{3}\frac{1}{1-\left(-\frac{2}{3}x\right)}=\frac{2}{3}\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{2}{3}x\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2^{n+1}}{3^{n+1}}x^n,$$

ha $\left|-\frac{2}{3}x\right|<1$, azaz $|x|<\frac{3}{2}$.

10. A parciális deriváltak eltűnéséből kapott egyenletek egyikéből kifejezve az egyik változót, és ezt a másik egyenletbe helyettesítve egy másodfokú egyenletet kapunk. Így megkapjuk a stacionárius pontokat: $(-1,3)$, $\left(\frac{7}{6},\frac{49}{12}\right)$. A Hesse-determinánsból az első nem szélsőérték, míg a második lokális minimum.

11. Henger koordinátákat használunk:

$$\int_0^2\int_0^{2\pi}\int_0^{9-2r\cos\varphi} 1r\,\mathrm{d}m\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}r = 36\pi$$