

6. vizsga

1. Skaláris szorzat definíciója. (3 pont)
2. Mikor diagonalizálható egy mátrix? (3 pont)
3. Gyökkritérium kimondása. (3 pont)
4. Gradiens definíciója (3 pont)
5. Az alábbiak közül melyik adja meg az $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ mátrix determinánsát?

(a) $\sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} A_{i,j},$

(b) $\sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{ji} A_{i,j},$

(c) $\sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ji} A_{i,j},$

ahol $A_{i,j}$ jelöli az A mátrix i -edik sorának és j -edik oszlopának elhagyásával kapott $(n-1) \times (n-1)$ -es mátrix determinánsát. (3 pont)

6. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely a $(-2, 2, 1)$ vektorra merőleges, és átmegy a $P(2, 3, 1)$ ponton. Mekkora a távolsága a $Q(4, 1, 2)$ pontnak ettől a síktól? (3+3 pont)

7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszer! (8 pont)

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3$$

$$2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 7$$

$$3x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 3x_4 = -5$$

8. Abszolút konvergens, feltételesen konvergens vagy divergens a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$ sor? (7 pont)

9. Írjuk fel az $f(x, y) = \left(\frac{x}{y^2}, x \cos(xy)\right)$ függvény $P(0, 2)$ pontbeli Jacobi-mátrixát! (7 pont)

10. Egy téglatest alakú szobát kifestünk (az oldalfalakat és a plafont). Milyen méretű szoba esetén kell a lehető legkevesebbet festenünk, ha tudjuk, hogy 108 m^3 a szoba térfogata? (10 pont)

11. Számoljuk ki az alábbi integrált! (7 pont)

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 e^{x^2} dx dy$$