6. vizsga

1. Pont és sík távolságának kiszámítására vonatkozó tétel. (3 pont)

2. Sajátérték definíciója. (3 pont)

3. Taylor-sor definíciója. (3 pont)

4. Gradiens definíciója. (3 pont)

5. Ha a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Leibniz-sor összege A, akkor tetszőleges $N \in \mathbb{N}$-re (3 pont)

   (a) $\left| A - \sum_{n=1}^{N} a_n \right| \leq |a_N|$.

   (b) $\left| A - \sum_{n=1}^{N} a_n \right| \leq |a_{N+1}|$.

   (c) $\left| A - \sum_{n=1}^{N} a_n \right| \leq |a_n|$.

   (d) $\left| A - \sum_{n=1}^{N} a_n \right| \leq |a_{n+1}|$.

6. (5 pont)

$$\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = ?$$

7. Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát. (7 pont)

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 0 & 9 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \\ 4 & 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

8. Határozzuk meg a -16 negyedik gyökeit a komplex számok körében (algebrai alakban adjuk meg a végeredményt). (7 pont)

9. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n \cdot 2^{2n+1}}$ hatványsor konvergenciatartományát. (9 pont)

10. Egy 2 m^3 térfogatú téglatest élvázát építjük meg. A függőleges élek megépítési költsége 1 peták méterenként, míg a vízszintes éleké 2 peták méterenként. Mekkorák legyenek az élek, hogy a lehető legolcsóbb legyen az élváz megépítése? (9 pont)

11. Számoljuk ki az alábbi egyenlőtlenségek által meghatározott tartomány térfogatát! (8 pont)

$$x^2 + y^2 \leq 9, \qquad 0 \leq z \leq 8 - 2y$$