7. vizsga

1. Mit nevezünk az $\mathbb{R}^n$ tér egy alterének? (3 pont)

2. Mátrix sajátértékének definíciója. (3 pont)

3. Minoráns kritérium kimondása. (3 pont)

4. Kétváltozós függvény nyeregpontjára vonatkozó elégséges feltétel kimondása. (3 pont)

5. Az (a_n) sorozat a végtelenbe tart, ha (3 pont)
   (a) létezik olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy minden $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexre $a_n > K$, ha $n > N$.
   (b) létezik olyan $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy minden $K \in \mathbb{R}$ számra $a_n > K$, ha $n > N$.
   (c) minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik $N \in \mathbb{N}$ küszöbindex, hogy $a_n > K$, ha $n > N$.
   (d) minden $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexhez van olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy $a_n > K$, ha $n > N$.

6. Mekkora a területe annak a háromszögnek, melynek csúcsai az $A(2,0,1)$, $B(1,1,-2)$, $C(0,2,1)$ pontok? (7 pont)

7. Legfeljebb hány lineárisan független vektor választható ki az alábbi vektorok közül? (8 pont)
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

8. Számoljuk ki az $\sqrt{3} - i$ komplex szám tizenegyedik hatványát (az eredményt algebrai alakban adjuk meg). (7 pont)

9. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 2^{n-1}}$ hatványsor konvergenciaintervallumát! (7 pont)

10. Határozzuk meg az $f(x,y) = y\cos(xy)$ függvény $\mathbf{v} = (3,-1)$ irányú deriváltját a $P(2,\pi)$ pontban. Mennyi az iránymenti derivált minimuma ebben a P pontban? (8 pont)

11. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét a megadott tartományon. (8 pont)
$$\iint_A 6x^3 y \,\mathrm{d}(x,y) \qquad A = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \le 3,\ x \le y,\ 0 \le y\}$$