7. vizsga

1. Altér definíciója. (3 pont)
2. Mikor diagonalizálható egy mátrix? (3 pont)
3. Hányados kritérium kimondása. (3 pont)
4. Jacobi-mátrix definíciója. (3 pont)
5. Az $n \times n$-es invertálható A mátrix inverzének i-edik sorának j-edik eleme:
   (a) $(-1)^{i+j} A_{i,j} \det(A)$,
   (b) $(-1)^{i+j} A_{j,i} \det(A)$,
   (c) $(-1)^{i+j} A_{i,j} / \det(A)$,
   (d) $(-1)^{i+j} A_{j,i} / \det(A)$,
   ahol $A_{a,b}$ jelöli az A mátrix a-adik sorának és b-edik oszlopának elhagyásával kapott $(n-1) \times (n-1)$-es mátrix determinánsát. (3 pont)
6. Bontsuk fel a $(3, 1, 2)$ vektort az $(1, 1, 1)$ vektorral párhuzamos, és arra merőleges komponensre. (6 pont)
7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert. (8 pont)

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 0 \\ 3x + 9y + 6z &= 15 \\ 4x + 5y + 6z &= 6 \end{aligned}$$

8. Számoljuk ki az $1 - i$ komplex szám tizenkettedik hatványát (algebrai alakban adjuk meg a végeredményt). (6 pont)
9. Írjuk fel az $f(x) = \dfrac{x^2}{5} \cos\left(\dfrac{5x^2}{2}\right)$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát és állapítsuk meg a konvergenciaintervallumát is. (7 pont)
10. Számítsuk ki az $f(x, y) = xe^{2xy}$ függvény $\mathbf{v} = (4, -3)$ irányú deriváltját a $P(2, 0)$ pontban. Mennyi az iránymenti derivált maximuma az adott pontban? (9 pont)
11. Számoljuk ki az $f(x, y) = 2xy$ függvény integrálját az $y = 3x$ egyenes és az $y = x^2 - 4$ görbe által határolt véges tartományon. (9 pont)