Mintavizsga

1. Vektorok lineáris függetlenségének definíciója. (3 pont)
2. Mikor diagonalizálható egy mátrix? (3 pont)
3. Algebra alaptételének kimondása. (3 pont)
4. Jacobi-mátrix definíciója. (3 pont)
5. A $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ sor pontosan akkor konvergens, ha (3 pont)
   (a) $a < 1$.
   (b) $a \leq 1$.
   (c) $a \geq 1$.
   (d) $a > 1$.
6. Számítsuk ki az $A(1,3,1)$, $B(2,0,3)$, $C(2,3,0)$ csúcspontú háromszög területét. (7 pont)
7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert. (7 pont)

$$\begin{aligned} 2x + 8y + 8z &= 24 \\ x + 3y + 2z + v &= 9 \\ 3x + 6y + 6v &= 18 \\ 3x + 7y + 2z + 5v &= 21 \end{aligned}$$

8. Számítsuk ki a $\sqrt{3} - i$ komplex szám tizedik hatványát. Az eredményt algebrai alakban adjuk meg. (7 pont)
9. Tudjuk, hogy az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (2,3)$. Határozzuk meg az a paraméter értékét, és adjunk meg egy $\mathbf{v}_1$-től lineárisan független sajátvektort. (7 pont)
10. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2+y^2$ függvény $x+y = 8$ feltétel melletti feltételes szélsőértékeit. (9 pont)
11. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3^n}{3^{2n+1}}$ sorösszeget. (8 pont)