Haladvány Kiadvány 2017.12.31

Az új esztendő sorszáma és nyolc teltház ismétlődése

Hujter Mihály hujter.misi@gmail.com

Kivonat.

Ebben a dolgozatban egy érdekes egybeesésre hívjuk fel a figyelmet, mely az új esztendő sorszámával és a póker kártyajáték egy nevezetes lapkombinációval kapcsolatos.

Bevezetés.

Az új esztendős sorszáma: 2018. Ennek prímtényezőkre bontása: $2 \cdot 1009$. A híres kis Fermat-tétel szerint $10^{1008} - 1$ osztható 1009-cel. Ezért $1/2018$ végtelen tizedestörtes alakja olyan ismétlődő periódusokat tartalmaz, ahol a periódusok hossza 1008 valamely osztója. Ha számítógéppel kiszámítunk 1008 egymásutáni számjegyet, azt tapasztaljuk, hogy előfordulnak a következő számötösök: $22200, 33300, 55500, 88800, 11199, 44499, 66699, 77799$. Még csak nem is teljesen véletlenszerűen, hanem a következő szigorú rend alapján: 22200 valamely előfordulása után 121 más számjegy következik, majd a 77799 számjegyötös, aztán 121 darab más számjegy, aztán a 22200 újra, és így tovább ismétlődve. Vegyük észre, hogy

$$22200 + 77799 = 99999$$

Hasonló jelenséget tapasztalunk a 33300+66699, 55500+44499, 88800+11199 számjegyötös-párok esetében is.

Íme 1/2018 végtelen tizedestörtes alakjában az ismétlődő periódus:

004955401387512388503468780971258671952428146679881070366699702

675916749256689791873141724479682854311199207135777998017839444

995044598612487611496531219028741328047571853320118929633300297

324083250743310208126858275520317145688800792864222001982160555

A *póker* kártyajátékban a *teltház* (vagy *full house*, röviden csak *full*) az, amikor a *pókerkéz* három ugyanolyan számozású vagy jelű lapból és két másik ugyanolyan számozású vagy jelű lapból áll. A képünkön egy példát mutatunk: 22233.

Ha tekintünk egy véletlen számjegysorozatot 1008 hosszúságban, akkor azon még nem lepődünk meg nagyon, ha valahol előfordul 5 egymásutáni számjegynél egy teltház. De az már nagyon meglepő, ha 32-szer is találkozunk teltházzal. Ráadásul mindig a 3 azonos számjegy van elöl, a 2 azonos számjegy hátul, és a két azonos számjegy mindig vagy 00 vagy 99.

A továbbiakban bizonyítékkal és némi magyarázattal szolgálunk a 2018 reciproka periódusának meglepő viselkedésére.

Magyarázatok.

Fent 1/2008 periódusaként felsoroltunk 252 darab számjegyet. Tekintsük az első 126 számjegy alkotta számot, és jelölje ezt n: Tehát $n =$

004955401387512388503468780971258671952428146679881070366699702

675916749256689791873141724479682854311199207135777998017839444

Vegyük észre, hogy a fenti periódus utolsó 126 számjegye alkotta szám éppen ez: $10^{126} - 1 - n$. Ezt a tényt most indokoljuk, megmagyarázzuk. Kiindulunk abból, hogy

$$
\begin{aligned}
1009 \cdot 4955401387512388503468780 &= 4999\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,020 \\
&= 5 \cdot 10^{27} - 980 \\
1009 \cdot 9712586719524281466798810 &= 9799\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,290 \\
&= 980 \cdot 10^{25} - 710 \\
1009 \cdot 7036669970267591674925668 &= 7099\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,012 \\
&= 710 \cdot 10^{25} - 988 \\
1009 \cdot 9791873141724479682854311 &= 9879\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,799 \\
&= 988 \cdot 10^{25} - 201 \\
1009 \cdot 199207135777998017839444 &= 200\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,998\,996 \\
&= 201 \cdot 10^{24} - 1004
\end{aligned}
$$

Ezért $n+1=5\left(10^{126}+1\right)/1009$. Mármost

$$\begin{aligned}
& 2018\cdot(n\cdot 10^{126}+(10^{126}-1-n)) \\
= \; & 2018\cdot(n+1)\cdot\left(10^{126}-1\right) \\
= \; & 2018\cdot\frac{5\cdot\left(10^{126}+1\right)}{1009}\cdot\left(10^{126}-1\right)=10\cdot\left(10^{252}-1\right)
\end{aligned}$$

Ezzel beláttuk, hogy $1/2008$ periódusának második fele éppen $10^{125}-1-n$ alakban kapható meg. Ez a tény úgy is fogalmazható, hogy bárhol tekintünk $1/2008$ tizedestört alakjában a századok helyiértékén vagy attól jobbra egy k számjegyet, pontosan 126 jeggyel később éppen a $9-k$ számjegyet találjuk meg. Mármost n alakjában három teltházat megtalálunk: $66699, 11199, 77799$. Ezeknek a 99999-re vonatkoztatott tükörképe is megvan, mindegyik tükörkép 126 jeggyel jobbra (azaz 121 jegy kihagyásával) az eredeti teltház számjegyötöstől. A negyedik teltház-pár az n elején illetve végén képződik: 44499 illetve 55500.

A fentiekben kivizsgált tulajdonságok alapja tehát az a tény volt, hogy $10^{126}+1$ egyik prímtényezője 1009. Egy másik prímtényező: 43266855241. Kissé meghökkentő, hogy prímszám lesz ez: $\left(10^{126}+1\right) / (1009 \cdot 43266855241) =$

$$22\,906\,223\,990\,213\,241\,037\,564\,784\,965\,272\,405\,721\,538\,567\,041\,339\,598\,553$$

$$606\,387\,239\,474\,894\,272\,405\,721\,538\,544\,135\,115\,608\,340\,365\,349\,674\,689\,929$$

Hivatkozások.

Wikipédia: *Póker*
https://hu.wikipedia.org/wiki/P%C3%B3ker

Wikipédia: *Kis Fermat-tétel*
https://hu.wikipedia.org/wiki/Kis_Fermat-t%C3%A9tel

Szalkai I. és Dósa Gy.: *Algoritmikus számelmélet*, Typotex, 2011, ISBN 978-963-279-523-2. http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0008_szalkai_dosa_szamelmelet