

Haladvány Kiadvány 2018-12-31

## A 2019-es szám és néhány rokona

Hujter M. [hujter.misi@gmail.com](mailto:hujter.misi@gmail.com)

## Összefoglaló

A 2019-es esztendő előestéjén a 2019-es szám egy érdekes tulajdonságát mutatjuk meg. Más hasonló számokat is felkutatunk.

## Néhány érdekes szám

Tekintsük az  $a_0 = 3$ ,  $a_1 = 93$ ,  $a_2 = 993$ ,  $a_3 = 9993$ ,  $a_4 = 99993$ , ... sorozatot. Szemmel látható, hogy a sorozat mindegyik eleme osztható 3-mal, de egyik elem sem osztható 5-tel, sem 6-tal, sem 7-tel, sem 9-cel, sem 11-gyel. Az  $a_n$  szám legnagyobb prímosztóját jelölje  $p_n$ . A következő táblázatok mutatják az

első néhány  $p_n$  számot.

$n$	$p_n$
0	3
1	31
2	331
3	3331
4	33331
5	333331
6	3333331
7	33333331
8	19607843
9	4952947

$n$	$p_n$
10	108577633
11	211371803
12	2090353
13	18199
14	1841620626151
15	16750418760469
16	717324094199
17	333333333333333331
18	2534550017
19	11256299321

$n$	$p_n$
20	87917500639
21	18732590398798117
22	12664572810301
23	477893202221
24	238656128290493
25	40600893219650832318311
26	135748936597
27	1916693307238469
28	340008686473920298421
29	923361034164358264081255771

Megmutatjuk az  $a_n/p_n$  számokat is:

$n$	$a_n/p_n$
0	1
1	3
2	3
3	3
4	3
5	3
6	3
7	3
8	51
9	2019

$n$	$a_n/p_n$
10	921
11	4731
12	4783881
13	5494807407
14	543
15	597
16	139407
17	3
18	3945473529
19	8883914433

$n$	$a_n/p_n$
20	11374299687
21	533829
22	7896042093
23	2092517732733
24	41901291501
25	2463
26	7366540210688469
27	5217318786597
28	294110133
29	1083

Az utóbbi táblázatokból ragadjuk ki az 543, 597, 921, 1083, 2019, 2463 számokat,

és ezekre számítsuk ki a  $7p_n$  számokat is:

$n$	$a_n/p_n$	$p_n$	$7p_n$
14	543	1841620626151	12891344383057
15	597	16750418760469	117252931323283
10	921	108577633	760043431
29	1083	923361034164358264081255771	6463527239150507848568790397
9	2019	4952947	34670629
25	2463	40600893219650832318311	284206252537555826228177

Ennek a táblázatnak a számjegyei feltűnő nagy összhangban vannak az  $1/543$ ,  $1/597$ ,  $1/921$ ,  $1/1083$ ,  $1/2019$ ,  $1/2463$  számok tizedes törtben kifejezett, nagy



pontosságú közelítéseivel:

$$\frac{1}{543} = 0.001841620626151012891344383\ 057\dots$$

$$\frac{1}{597} = 0.00167504187604\ 690117252\ 931323283\dots$$

$$\frac{1}{921} = 0.0010857763300760043431\dots$$

$$\frac{1}{1083} = 0.000923\ 361034164358264\ 08125577100646352\ 7239150507848568790\ 397\dots$$

$$\frac{1}{2019} = 0.00049529470034670629\dots$$

$$\frac{1}{2463} = 0.00040600893219650832318311002842062525\ 37555826228177\dots$$

Indoklásul álljon itt a könnyen belátható

$$\frac{100^{n+1} - 49}{a_n/p_n} = (10^{n+1} + 7)p_n$$

azonosság.

## Összefoglalás

Kettőezer-tizenkilenc reciprokát nagy pontossággal úgy számíthatjuk ki, hogy leírjuk az eredmény elejét 0.000 formában, aztán leírjuk a  $p_9 = 4952947$  számjegysorozatot, majd két darab 0 következik, aztán a  $7p_9 = 34670629$  számjegysorozat. (Itt a tizedespont utáni 0-akat azért kellett kiiírni, mert a 4952947 és a 34670629 számjegysorozatokat előlről nullákkal tíz-tíz darab számjegyűre kellett kiegészíteni, hiszen  $2019 \cdot p_9 = 10^{10} - 7$ .)

## Megjegyzés

A fentiekben előforduló  $a_8/p_8 = 51$  szám segítségével nagy pontossággal fejben is elvégezhető a 17-tel való osztás. Fejből kell tudni a  $p_8 = 19607843$  prímet, és ennek a 7-szeresét könnyen megkapjuk:  $19607843 \cdot 7 = 137\,254\,901$ . Mindazonáltal

$$\frac{1}{51} \approx 0.019607843137\,254\,902$$

Itt az utolsó számjegyet 1-gyel megnöveltük, mert

$$\frac{100^9 + 2}{51} = 1 + \frac{100^9 - 49}{51} = 1 + (10^9 + 7) \cdot 19607843$$

Mármost például  $3/17$  úgy számolható, mint  $(3 \cdot 3) / (3 \cdot 17)$ , tehát

$$\begin{aligned}\frac{3}{17} &\approx 9 \cdot 0.019607843137\ 254\ 902 \\ &= 0.176470588235294118\end{aligned}$$

Mivel a végtelen tizedes tört ciklusa nyilván  $17 - 1$  számjegyből áll (a kis Fermat-tétel miatt), ezért a teljesen pontos érték is megvan:

$$\frac{3}{17} = 0.1764705882352941\ 1764705882352941\ \dots$$

A fenti gondolatmenetek alapján a 17-es és a  $2019/3 = 673$ -as számokat az tette különlegessé, hogy a 31, 331, 3331, ... sorozatban az első két nem prímnek a prímosztói.