230816

A könyvet A/5 méretre kicsinyítve, kétoldalasan kell kinyomtatni!

86 fejtörő matematikai és logikai feladat általános- és középiskolásoknak

dr. Szalkai István

Pannon Egyetem, Veszprém

Haladvány Kiadvány http://math.bme.hu/~hujter/halad.htm
2023.08.01. http://math.bme.hu/~hujter/230801.pdf

A) Matematikai feladatok

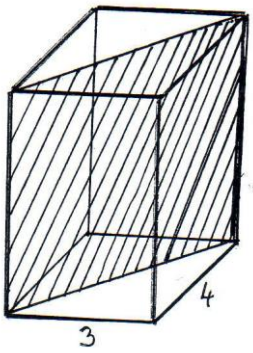
1. Volt egy király, aki a következőképpen osztotta fel birodalmát: A legidősebb fia kapta az ország 25 %-át, a középső fia annyit, mint a legidősebb testvér részének a -része. A legkisebb királyfi akkora területnek a felét kapta, mint amennyi területet a testvérei együtt kaptak. Az ország hányad részét kapta meg

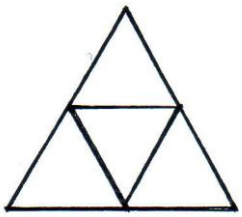
a) a középső fiú, **b)** a legkisebb fiú?

c) Ki kapta a legkisebb részt?

d) Az ország hányad részét tartotta meg a király?

2. A bal oldali ábrán látható téglatest alapélei 3 cm és 4 cm hosszúak. Az ábra szerint kettészeltük. Az így kapott metszet egy négyzet. Mekkora a téglatest magassága?





3. A jobboldali ábrán látható háromszögek mindegyike szabályos. A legkisebb háromszög oldalai 1 cm hosszúak. A háromszögek oldalai olyan cérnából készültek, melynek centimétere 1 másodperc alatt égne el, ha az egyik végén meggyújtanánk. Hány másodperc alatt ég el az ábra háromszögeit alkotó cérna, ha a nagy háromszög egyik csúcsánál meggyújtjuk?

4. Kati óránként 3/4 -dm csipkét horgol.

a) Hány dm csipkét készít el 5 nap alatt, ha naponta 3/4 órát horgol?

b) Ugyanannyi idő alatt hány dm-t horgolna, ha óránként 1/5 dm -rel többet tudna horgolni?

c) Ezalatt az 5 nap alatt hány % -kal horgolna többet?

d) Mennyit segít Katinak, ha nagypapa naponta még 2-3 órát hor**k**ol?

5. Fából egy tömör téglatestet készítettek, amelynek élei 5 cm, 6 cm és 8 cm. A testet festékbe mártották, majd száradás után a lapokkal párhuzamos vágásokkal 1 cm^3 térfogatú kockákra szeletelték.

a) Hány kocka jött létre?

b) Hány olyan kocka van, amelynek egyetlen befestett lapja sincs?

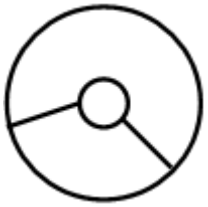
c) Azokból a kockákból, amelyeknek pontosan egy befestett lapja van, 3 cm alapélű négyzet alapú hasábot építettünk. Mekkora a hasáb magassága?

6. Hány ember kell ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük kettő olyan, akinek a születési hónapja ugyanarra a betűre végződik?

7. Mennyi lesz a különbség, ha a legkisebb 2007 -jegyű pozitív egész számból kivonjuk a legnagyobb 2006 -jegyű pozitív egész számot?

8. Az egyik osztályban 10 dolgozat átlaga 71 pont. A tizenegyedik dolgozat pontszáma 93. Mennyi a tizenegy dolgozat pontszámainak átlaga?

9. Az ábrán látható körlapot öt szín felhasználásával szeretnénk kiszínezni úgy, hogy egy-egy rész egyszínű legyen és a közös határoló vonallal rendelkező részek ne legyenek azonos színűek. Hányféle különböző színezés lehetséges?

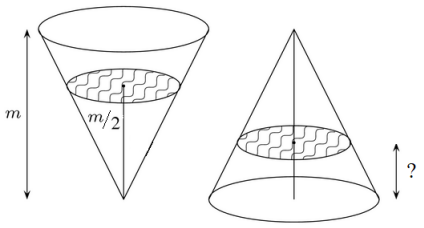


10. Írd fel az összes olyan négyjegyű számot, amelynek jegyei 7-nél nagyobbak, és egymás mellett nem fordul elő két 9-es!

11. Egy (szabálytalan) négyszög csúcsainak koordinátái A(5,2), B(11,7), C(8,11), D(3,8). Mekkora a négyszög területe? Próbálj meg kitalálni egy általános és gyors (és egyszerű) módszert!

12. Egy erdő faállományának 99 % -a fenyőfa volt. Erdőirtás után annyi fenyőfát vágtak ki, hogy a kivágás után az erdő faállományának 98 % -a lett fenyőfa. Hány százalékát vágták ki az erdő faállományának ?

13. Kúp alakú pezsgőspoharat fele magasságáig megtöltünk málnaszörppel.



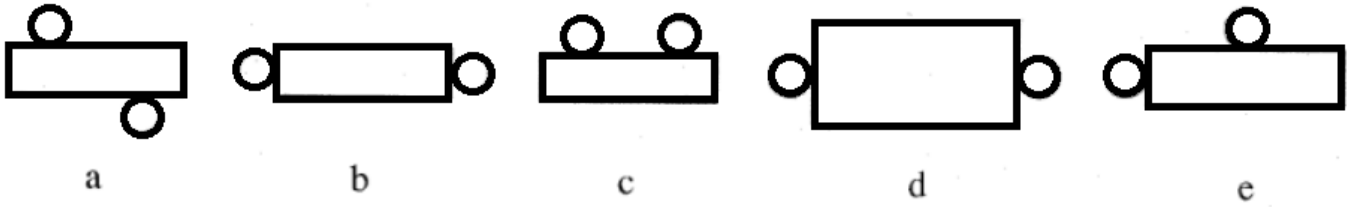
a) A pohár térfogatának hányadrésze a szörp térfogata?

b) A pohár tetejére egy plexilapot szorítunk, és vele együtt a poharat fejtetőre állítjuk (a szörp nem folyik ki). Ekkor milyen magas (a pohár magasságának hányadrésze) lesz a szörp ?

c) Meddig töltessük a poharat, ha fele térfogatot kérünk?

d*) Mi a helyzet a csonkakúp alakú (kávés) pohárnál ?

14. Az alábbi ábrák közül melyekből készíthető henger?



Amelyikből nem, miért nem ?

15. Az üres négyzetekbe írj úgy számokat, hogy minden sorban, oszlopban és az átlókban a számok összege 15 legyen:

□	□	3
□	5	6
7	□	□

16. A kisautó és a labda együtt 3240,-Ft, a labda és a cipő együtt 10980,-Ft, a cipő és az autó együtt 10240,-Ft. Mennyibe kerülnek külön-külön?

17. Egy háromszög oldalai 5, 6 és 7 cm.

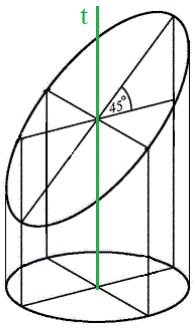
a) Mekkora a leghosszabb oldalhoz tartozó magasság ?

b) Ez a magasság mekkora részekre osztja a szemközti oldalt?

c) Forgassuk meg a háromszöget (a térben) a leghosszabb oldala körül. Milyen testet kapunk?

d) Mennyi az így kapott forgástest térfogata?

18. Egy hosszú henger alapkörének sugara 6 cm. Ferdén, 45° -ban levágunk a hengerből egy akkora darabot, melynek legrövidebb alkotója 20 cm. Készítsünk a henger forgástengelyén átmenő sík-metszetet, amely



a) tartalmazza a legrövidebb alkotót,

b) merőleges az előző síkra.

c) Mekkora a leghosszabb alkotó?

d) Mekkora a levágott darab térfogata ?

19. A Himalája megmászására 1000 hegymászó indul, azonban 450 hegyibetegségben szenved (B), 622 nincs formában (F), 30 allergiás (A), 111 fő B és F -beli, 14 fő B és A, 18 fő F és A, míg 9 fő mind a három betegségben szenved. Hányan jutnak fel a csúcsra?

20. Milyen geometriai tétel alapján marad a képen látható *ollós emelőkocsi* felső kosara (ahol a szerelők tartózkodnak) mindig vízszintes ?

21. Egy 5m×3m×3m méretű szobában 100 légy röpköd. Igaz-e, hogy bármely pillanatban van három olyan légy: hogy közülük bármely kettő egymástól való távolsága legfeljebb 1,75 méter?

22. Egy kőbányában 50 db kőtömböt faragtak ki. A kövek sorba állíthatók úgy, hogy a sorban - a másodiktól kezdve - mindegyik kőnek a tömege 2

kg-mal több, mint az előtte állóé. Az első kő tömege 370 kg. Elszállítható-e az összes kőtömb 7 db 3 tonnás teherautóval, egyetlen fuvarban, túlterhelés, és a kövek darabolása nélkül?

23. Mutassuk meg, hogy 2003-nak van olyan többszöröse, amelyben minden számjegy 1. (Használjuk a skatulyaelvet.)

24. Igaz-e, hogy Kolozsváron mindig van legalább két ember, akinek ugyanannyi szál haj van a fején?

25. Egy társaságban 6 férfi és 7 nő van. Hányféleképpen lehet egy 4 személyből álló küldöttséget választani, ha tudjuk, hogy Jóska és Mari nem hajlandó együtt menni?

26. Lehetséges-e, hogy 77 telefonelőfizető mindegyike pontosan 15 másikkal legyen közvetlenül összekötve?

27. Egy áruház reklámja szerint az 1 literes szuperitalból ha kettőt veszünk, a másodikat féláron vehetjük meg. Ez mekkora árengedmény a két liter szuperitalra vonatkoztatva?

28. Julcsinak 5 blúza van, minden héten más sorrendben veszi fel azokat a hétköznapokon.

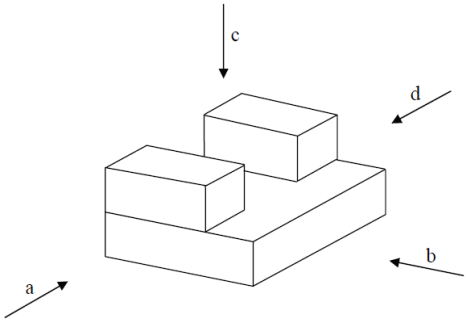
a) Hány évig folytathatja ezt a szokását?

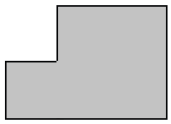
b) Hány évig folytathatja a szokását, ha 7 blúza van, és hétvégén is visel blúzt?

29. Ha Peti egyedül gyomlál, akkor 6 óra alatt végez a hátsó kertben, Panni ugyanezt a munkát 5 óra alatt tudja megtenni. Hány óra alatt végeznek ketten együtt?

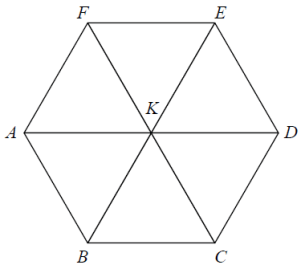
30. Egy órásmester egy antik órát két hét (napi 8 óra, 5 napos munkahetek) alatt javít meg áprilisban. Ha ketten dolgoznak, nyilván fele annyi idő, ha hárman, akkor harmadannyi idő alatt, stb. Mennyi idő alatt végez 10000 órásmester?

31. Építőkockákból a bal oldali építményt raktuk ki. Melyik irányból látjuk a jobb oldali árnyékot?





32. Egy háromszög egyik szöge 80º -os. Mekkora szöget zárnak be a másik két oldalhoz tartozó szögfelezők ?



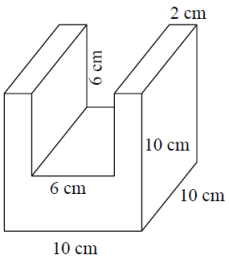
33. Az ABCDEF szabályos hatszög középpontja K. Az ábrán keress

a) szabályos háromszögeket,

b) derékszögű háromszögeket,

c) rombuszokat, **d)** téglalapokat,

e) olyan trapézokat, amelyeknek párhuzamos oldalai különbözőek.



34. Egy 10 cm élű tömör kockából kivágtunk egy négyzetes oszlopot.

a) Hány éle, lapja és csúcsa van a kapott testnek?

b) Mennyi a térfogata?

c) Mennyi a felszíne?

(Próbálj ügyes megoldást találni!)

35. A kerékpár hajtó és hajtott fogaskerekeinek egy-egy fogát megjelöltük. Induláskor mindkét megjelölt fog lefelé néz.

a) Legalább hányat kell tekernünk a pedállal, hogy ismét mindkét megjelölt fog ismét lefelé nézzen?

b) Hogyan lehet így meghatározni *lnko* -t és *lkkt* -t ?

36. Egy 15x21x6 cm könyv belefér-e a 20x21 cm reklámszatyorba? A gyakorlatban hogyan lehet ezt a kérdést eldönteni méricskélés és belepróbálgatás nélkül?

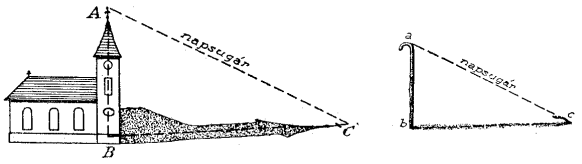
37. A pontosan kör alakú, Matekvárost elkerülő körgyűrű **A** pontjából szeretnénk eljutni a **B** pontjába. Két lehetőségünk van: vagy a körgyűrű (rövidebbik) AB ívén megyünk, vagy az AK sugárúton bemegyünk a város (azaz a körgyűrű) geometriai K középpontjába, és onnan a KB sugárúton kimegyünk a B pontba. Mekkora AKB középponti szög esetén lesz az egyik vagy a másik útvonal a rövidebb ?

38. Miért volt igaza Bolyai Jánosnak, aki gyerekkorában ezt mondta: "*Marosvásárhelyen ugyanúgy látszanak a csillagok, mint Domáldon, tehát nagyon messzi vannak*" ?

39. Bolyai János gyermekkorában egyszer papírból háromszögeket vagdosott ki, és hirtelen apjához szalad nagy boldogan: "*nézd táti, ez olyan, mint egy négyzet fele*". Milyen háromszög volt a kis János kezében?

40. Egy 1000 m hosszú veteményes ágyás mentén n vödröt (n >1) helyezünk el a termények begyűjtéséhez, mindig a legközelebbi vödörbe dobjuk a krumplit. Hogyan helyezzük el a vödröket, hogy az így felmerülő távolságok közül a legnagyobb(ak) a lehető legkisebb-(ek) legyenek?

41. Hogyan kell megmérni egy magas épület / fa magasságát egy sétapálca és mérőszalag segítségével?



42. Csak öt szabályos ("*Platóni*") test van. A *tetraéder* (4 oldalú) 1 és 4 között állít elő véletlen számokat (egyenlő valószínűségekkel), a dobókocka (*hexaéder* = 6 oldalú) 1 és 6 között, az *oktaéder* (8 oldalú) 1 és 8 között, a *dodekaéder* (12 oldalú) 1 és 12 között, az *ikozaéder* (20 oldalú) 1 és 20 között.

Adj meg minden $n>1$ -re egy-egy olyan térbeli testet, amellyel 1 és n között tudunk előállítani véletlen számokat (egyenlő valószínűségekkel).

43. A mondás szerint egy apának csak egyféle (fiúk vagy lányok) gyermekei lehetnek - legtöbbször! Legyen 51% annak a valószínűsége, hogy fiú születik, és 49% , hogy lány. Mennyi ekkor annak a valószínűsége, hogy *azonos* neműek, és annak, hogy *különböző* neműek a gyermekek egy kétgyermekes családban? Oldjuk meg a feladatot általában p és $q=1-p$ valószínűségekkel is!

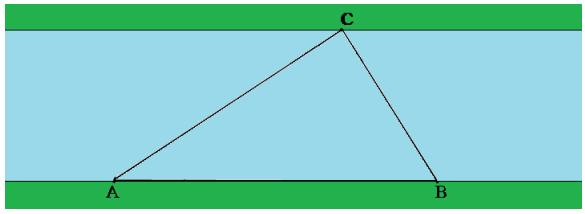
44. Az aranyötvözetek tisztaságát *karát* -ban mérik. A karát azt mutatja meg, hogy az ötvözet hány huszonnegyed része az arany. Például, ha egy aranyötvözet 17 karátos, akkor tömegének 17/24 része arany, a többi pedig különféle ötvöző anyag.

a) Hány karátos a szín(tiszta) arany?

b) Az ékszerész egy 60 grammos, 14 karátos nyakláncot szeretne készíteni. Hány gramm tiszta aranyat tartalmaz ez a nyaklánc?

c) Hány karátos az az ötvözet, amelynek 12,5 % -a tiszta arany?

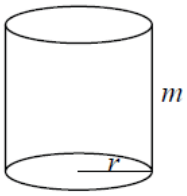
45. Egy folyó/szakadék szélességét kell megmérnünk. A szemközti parton kiválasztunk egy C pontot, az innenső parton pedig az A és B pontokat. Megmérjük az AB távolságot és a CAB és CBA szögeket.

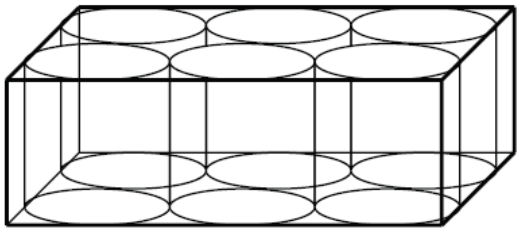
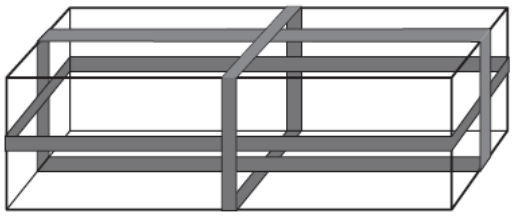


a) Számítsd ki a folyó szélességét.

b) Javasolj egy egyszerűbb módszert!

46. Csomagoláskor hat henger alakú konzervet tesznek szorosan egymás mellé egy téglatest alakú papírdobozba. A henger m magassága 15 cm, alapkörének r sugara 5 cm hosszú.



a) Hány cm hosszúak a papírdoboz élei? (A doboz falának vastagságától eltekintünk.)

b) Mekkora területű papír kell a dobozhoz? (A ragasztásoktól és a hulladéktól eltekintünk.)

c) A doboz térfogatának mekkora része kihasználatlan?

d) A dobozokat a jobboldali ábrán látható módon három irányban ragasztószalaggal körberagasztják. Hány centiméter hosszú ragasztószalag szükséges ?

B) Logikai feladatok

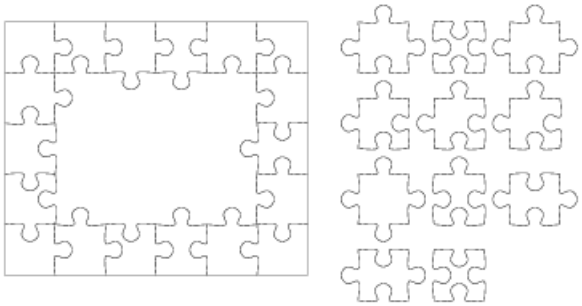
1. Egy téglatest élei 3 cm, 4 cm és 5 cm hosszúak. A téglatest minden lapját befestjük zöldre, majd a téglatestet lapjaival párhuzamos síkokkal 1 cm^3-es kiskockákra vágjuk szét. Hány négyzetcentiméter lesz az így keletkező összes kiskockán a festetlen lapok területének összege?

(A) 36 **(B) 133** **(C) 244** **(D) 266** **(E) 360**

2. Ha 4 bolhaugrás annyi, mint 6 szöcskeugrás, es 3 szöcskeugrás 2 macskaugrással egyenlő, akkor 5 macskaugrás hány bolhaugrás?

(A) 4 **(B) 5** **(C) 6** **(D) 7** **(E) 8**

3. Egy 30 darabos kirakós játék szélét már kiraktuk, amikor észrevettük, hogy az egyik elem hiányzik. Melyik a hiányzó elem?



A: **B:** **C:** **D:** **E:** **F:**

4. HA minden hétfejű állat tüzet okád ÉS minden sárkány tüzet okád, akkor melyik állítás igaz <u>biztosan</u>:

(A) Minden tüzet okádó állat hétfejű,
(B) Minden sárkány hétfejű,
(C) Néhány tüzet okádó állat hétfejű
(D) Minden tüzet okádó állat sárkány
(E) Több is igaz a fentiek közül
(F) Egyik sem igaz a fentiek közül .

5. Egy ember néz egy arcképet. Valaki megkérdezi tőle: "Kinek a képét nézed?" "Testvérem nincs"- válaszolja az ember -"de ennek az embernek az apja az apám fia." Kinek a képét nézi?

6. Tegyük fel, hogy neked és nekem ugyanannyi pénzünk van. Mennyit kell adnom neked ahhoz, hogy tíz dollárral több legyen neked, mint nekem?

7. Egy kereskedő vásárolt valamit 7 dollárért, majd eladta 8 dollárért. Aztán visszavásárolta 9 $ -ért, majd újra eladta 10 dollárért. Mekkora volt a nyeresége?

8. Két féltékeny férj szeretne feleségestül egy folyón átkelni, azonban csak egy darab kétszemélyes csónak áll rendelkezésükre. A férfiak féltik vetélytársuktól hitvesüket, így egyik férfi sem meri feleségét olyan társaságban hagyni, amelyben a másik férfi is van, ha saját maga nincs jelen. Hogyan bonyolították le az átkelést?

9. Vezetsz egy repülőgépet, benne ül Alain Delon, Claudia Schiffer, Bo Derek, Marcello Mastroianni, Ford Fairlane, Niki Lauda, Kovács János cipőfelsőrész-készítő, Nagy István repülőgép-szerelő, Benedek Piroska légikísérő, Pumurkány Tibor pilóta másodpilóta, Kiss Mária ápolónő, valamint Szabó Piroska tolmács. Vajon mi lehet a pilóta neve?

10. Sosemvoltország királya kedvelte a szépet, és persze önmagát. Megbízott egy festőt, hogy készítsen róla egy képet. Mikor a kép elkészült és meglátta, borzasztó haragra gerjedt, és így kiáltott:
- "Hogy mertél ilyet cselekedni, te kétbalkezes piktor!? A hajamból szakállt csináltál, a számat felhúztad a magasba, a bajuszom meg a homlokom helyén van? Börtönbe a királygúnyolóval! "
Vajon hogyan menekült meg a festő a börtöntől?

11. A tyúkól tetejét Marci gazda ferdére építette. Az egyik oldala 55 fokos szögben, a másik oldala 80 fokos szögben lejt. Tegyük fel, hogy

egy oktondi kakas épp az ól tetejének az élére tojik egy tojást. Vajon melyik oldalon fog a földre hullani?

12. Anna és Zoli csokoládét vásárolnának. Annának 24 forint kell még egy csokihoz, Zolinak 2. Összerakták a pénzüket, de még így sem tudták a csokoládét megvenni. Lehetséges ez? (**Segítség:** hány Ft a csoki?)

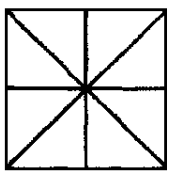
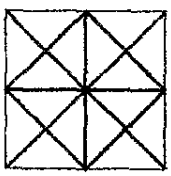
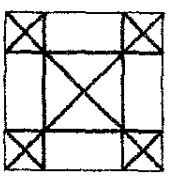
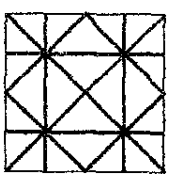
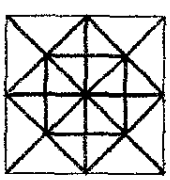
13. Egy gyújtózsinórt a végénél meggyújtva pontosan 1 óra alatt ég végig, de nem egyenletesen (néha gyorsabban néha lassabban). Hogyan lehetne mégis pontosan egy fél óra időt lemérni vele (óránk nincs, csak egy doboz gyufánk).

14. A Nyihahák falujában 32 iskolás korú gyerek van, de többségük nem tanul, a nem tanulóknak több mint a fele sokszor lóg,a lógósok többsége iskolakerülő. Legfeljebb hányan járnak rendszeresen iskolába?

15. Egy kislány letépte a falról a tapétát, ezért apukája megdícsérte. Hogyan lehet ez?

16. 8 db egyforma méretű négyzetet tettünk le az asztalra egymás után. Az A-val jelölt négyzet van legfelül, a többi pedig takarásban van, csak bizonyos részeik látszanak. Állapítsd meg, milyen sorrendben tettük le a négyzeteket az asztalra.

17. Klári egy négyzet alakú papírlapot egymás után négyszer félbehajtott úgy, hogy minden hajtás után háromszöget kapott. Ezután a papírlapot kiterítette, majd a hajtásvonalakat ceruzával átrajzolta. Melyik ábrát kapta az alábbiak közül?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

18. A (sötét) középkorban adó gyanánt tizedet és kilencedet szedtek. Ez hány % adónak felel meg? (Most mennyi is?)

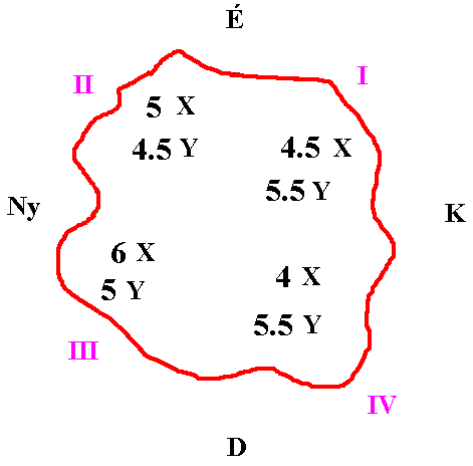
19. Mennyi 20% -nak a 80% -a ?

20. Egy 80m magas tornyon egy 90m átmérőjű szélkereket akarnak elhelyezni. Nem fogja a földet súrolni a propeller?

21. Egy partin mindenki vett mindenkinek kis ajándékot, amit egy közös asztalon gyűjtöttek. Hány tagú a társaság, ha összesen 812 ajándék gyűlt össze?

22. Egy vödörben oltott mész van (ez pépszerű massza, kb. mind a sűrű tejföl), melyet víz borít (mert a levegővel érintkezve megkötne, azaz tönkremenne). Kiveszünk valamennyi meszet a vödörből, de vizet semmit. Hogyan lehet mégis, hogy most már nem fedi be a víz a meszet?

23. *Függ -e a választás végeredménye attól, hogy hogyan osztják fel a várost választókerületekre?* Legyen a két párt **Z** (zöldfülűek) és **F** (feketeingesek). Álljon egy **V** város négy városrészből: I, II, III, IV, a pártok támogatottsága



I: 5000 fő Z-re és 4500 fő F -re szavaz,
II: 4500 fő Z-re és 5500 fő F-re szavaz,
III: 6000 fő Z-re és 5000 fő F -re szavaz,
IV: 4000 fő Z-re és 5500 fő F -re szavaz,
de a várost csak két *választókerületre* osztják, kétféle terv van:

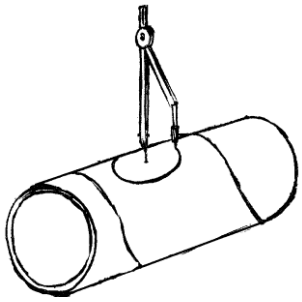
a) A = I ∪ II és B = III ∪ IV (Ny-K határ)
b) A = I ∪ III és B = II ∪ IV (É-D határ).

Melyik párt győz az A és B választókerületekben az **a)** illetve a **b)** esetben?

24. "Nos, hát mondja meg nekem, hogy ha Pozsonyból Brassóba mindennap két postakocsi közlekednék, Brassóból Pozsonyba pedig

ugyanannyi, ha mármost föltesszük, hogy az út tíz napig tart, mennyi kocsival találkozik Ön útközben, míg Pozsonyból egy postakocsin ülve Brassóba ér ? " (Mikszáth Kálmán: Különös házasság)

25. a) Egy hengert (pl. kolbász, vagy papír-henger) a hossztengelyére 45° síkkal elvágva milyen alakú a vágásfelület (metszet)?



b) Tekerjünk egy hengerre (pl.borosüveg, üdítős üveg) papírlapot és így rajzoljunk körzővel "kört". A papírt kihajtogatva milyen görbét kapunk?

(Gárdonyi Géza: *Nagyapó tréfái*.)

2003. október 10., pén

Hamis tízezres

A belváros egyik újságospavilonjánál hamis tízezressel fizetett egy férfi, aki előtte közel ezer forintért vásárolt magazinokat. Az eladó elfogadta a pénzt, és csak később vette észre, hogy valami nem stimmel vele. A rendőrkapitányságra sietett, ahol szakértők megállapították: a színes fénymásolóval készült bankó valóban hamis, de rendkívül jó minőségű, ezért a 9 ezer forintot „vesztett" alkalmazott nem tehet különösebb szemrehányást magának.

26. Valójában mekkora kár érte az újságost? Hányast adnánk az újságírónak ill. a szakértőknek matekból? (Napló újság 2003.)

27. A következő billentyűket nyomjuk meg egy "*egyszerű*" és egy "*tudományos*" zsebszámológépen (zárójelek nélkül): `5 + 3*2 =`.
(A Windows számológép is megfelelő.)
Miért ad két különböző eredményt a kétféle zsebszámológép?

28. Venni szeretnék egy zsetont, amivel 15:39 -tól 17:11 -ig lehetek bent a Matematika Tanszéken, ez percenként 15Ft-ba kerül. Mennyit kell fizetnem? Zsebszámológéppel kell számolnod és ezt be is kell mutatnod, nem papír-ceruza-fejben!

29. Ma szombat van. Milyen nap lesz 100 nap múlva? (Naptárt nem, csak zsebszámológépet szabad használni!)

30. Mi a hiba a következő újsághírben: "*Most még csak minden ötödik család rendelkezik a legmodernebb* hiposuvi*val, de hamarosan majd minden hetedik családban lesz már ilyen.*" ?
Nő vagy csökken a hiposuvik száma?

31. Egy szilveszteri partin mindenki koccintott mindenkivel. Összesen 435 csilingelést hallottam. Hányan voltak a partin?

32. Egy TV árát felemelték 10% -kal, majd egy év múlva csökkentették 10% -kal. A végső ár nagyobb vagy kisebb a TV eredeti árához képest?

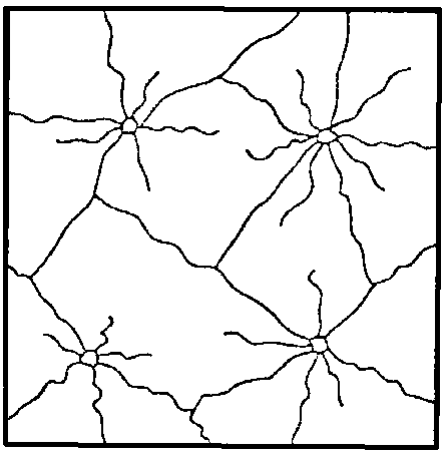
33. Országúton miért jön több autó szembe, mint ahány megelőz bennünket?

34. Vidéki, kis forgalmú utakon sokkal több szembejövő autós "villog" a fényszórójával. Valamit akarnak nekem jelezni, vagy rossz a lámpájuk?

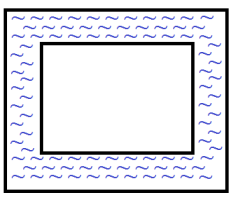
35. "*Nekem ma van a születésnapom, ikertestvéremnek* holnapután *lesz*." Hogyan lehet ez?

36. Hol ráz a busz a legkevésbé? Elöl, hátul, vagy középen?

37. Egy autó elülső szélvédő üvegére kavicsok estek az előtte haladó teherautóról. Hány kavics esett a szélvédőre és milyen sorrendben? (Minden újabb kavics, ami valamelyik üvegdarabra esett, olyan törésvonalakat eredményezett, amelyek az adott üvegdarabnak teljesen a széléig terjednek.)



38. Mekkora tükröt szereljünk a falra (nagyon drága, tehát minél kisebbet), amiben látjuk magunkat? Süvegünk 170cm -re van a cipőnk talpától.



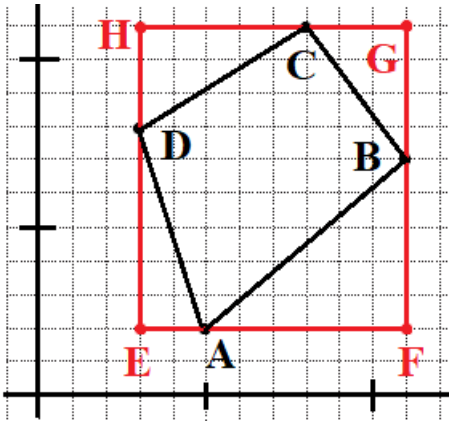
39. A várárok 10m széles és nagyon mély, de csak 9,5m hosszú pallóink (vastag deszkáink) vannak. Tudunk-e belőlük hidat készíteni? Szeg, csavar, zsineg, ragasztó, stb. nincs nálunk, az ellenség pedig itt van a nyakunkon és folyton lőnek bennünket!

40*. Van-e olyan autó, melynek négyzet alakú "kerekei" vannak, de egyáltalában nem rázza az utasokat?

Ez az oldal szándékosan üres.

Néhány MEGOLDÁS az A részhez

11. Az ABCD négyszöget belefoglaljuk az EFGH vízszintes-függőleges téglalapba az ábrán látható módon. Ekkor a téglalap négy sarkát elhagyva kapjuk az ABCD négyszöget, a levágott sarkok pedig vízszintes-függőleges derékszögű háromszögek, melyek területét könnyű kiszámolni:



$T_{ABCD} = T_{EFGH} - T_{ABF} - T_{BCG} - T_{CDH} - T_{DAE} =$

$= 8*9 - 6*5/2 - 4*3/2 - 5*3/2 - 6*2/2 =$

$= 72-15-6-7{,}5-6 = 37{,}5\ cm^2$

Megjegyzés: Az ABCD négyszöget akkor tudjuk belefoglalni egy EFGH vízszintes-függőleges téglalapba, ha az ABCD csúcsok *x* és *y* koordinátáinak mindegyike felváltva legnagyobb ill. legkisebb, a többihez képest.

13. a) A szörpnek nem csak a magassága fele a pohár magasságának (*m*), hanem a szörp felszínének sugara is fele a pohár sugarának (R), tehát

$$V_{szörp} = (R/2)^2 * \pi * (m/2) /3 = 1/8 * R^2 * \pi * m / 3 = V_{pohár} /8$$

vagyis a szörp térfogata csak *nyolcadrésze* a pohár térfogatának !

b) A felfordított pohár esetében az üres pohár (levegő) alakja hasonló kúp a pohárhoz. Ha a levegő magassága ℓ (fentről mérve) és a levegő "sugara" r , akkor a hasonlóság miatt $\lambda := \ell/m = r/R$ vagyis

$$r = \lambda*R \text{ és } \ell = \lambda*m.$$

Ekkor

$V_{levegő} = (\lambda * R)^2 * \pi * (\lambda * m)/3 = \lambda^3 * (R^2 * \pi * m)/3 = \lambda^3 * V_{pohár}$

Az a) rész alapján

$V_{levegő} = 7/8 * V_{pohár}$, tehát $\lambda^3 = 7/8$ így $\lambda = \sqrt[3]{(7/8)} \approx 0{,}95646$

vagyis a levegő magassága $\ell \approx 0{,}95646 * m$ és a szörp magasága ≈ (1-0,95646)*m ≈ **0,0435*m** , a pohár magasságának ≈ 4,4% -a !

c) Ha a szörp magassága h és a szörp felszínének sugara ρ , akkor a hasonlóság miatt $\alpha := h/m = \rho/R$ vagyis $\rho = \alpha * R$, $h = \alpha * m$ és a szörp térfogata

$$V_{szörp} = \rho^2 * \pi * h/3 = (\alpha * R)^2 * \pi * (\alpha * m)/3 = \alpha^3 * (R^2 * \pi * m)/3 = \alpha^3 * V_{pohár} .$$

Ha fele mennyiséget szeretnénk inni, akkor

$1/2 = V_{szörp} / V_{pohár} = \alpha^3$ ahonnan **$\alpha = \sqrt[3]{(1/2)} \approx 0{,}7937$** ,

tehát kb. 80% magasságáig töltött pohárban van fele térfogatú szörp !

Megjegyzések: Bármilyen térbeli testet λ - szorosára nagyítva / kicsinyítve a térfogata λ^3 -szorosára, felszíne λ^2 -szeresére változik. Hasonlóan, bármely síkidomot λ - szorosára változtatva területe λ^2 -szeresére, kerülete λ -szorosára változik.

d) Csonkakúp alakú pohárnál már nem ilyen egyszerű a helyzet. Legyen a pohár magassága m , alapkörének sugara r , a fedőkör sugara R , $r \le R$. A könnyebb számolás miatt legyen $\beta := r/R$, így $r = \beta \cdot R$, $0 \le \beta \le 1$. **(**β=0 esetén kúp (pezsgőspohár), β=1 esetén henger (tejespohár) a feladat**)**. Ekkor

$$V_{pohár} = (\pi/3) \cdot m \cdot (R^2 + Rr + r^2) = (\pi/3) \cdot m \cdot R^2 \cdot (1 + \beta + \beta^2) .$$

Ha a poharat félig töltjük, akkor a vízszint átmérője

$$\rho = (R+r)/2 = R \cdot (1+\beta)/2 ,$$

tehát

$$V_{víz} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{m}{2} \cdot (\rho^2 + \rho r + r^2) = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{m}{2} R^2 \cdot \left(\left(\frac{1+\beta}{2} \right)^2 + \frac{1+\beta}{2} \cdot \beta + \beta^2 \right) =$$

$$= \frac{\pi}{3} \cdot \frac{m}{2} R^2 \cdot \left(\left(\tfrac{1+\beta}{2} \right)^2 + \tfrac{1+\beta}{2} \cdot \beta + \beta^2 \right) = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{m}{8} R^2 \cdot (7\beta^2 + 4\beta + 1)$$

és

$$v(\beta) = \frac{V_{víz}}{V_{pohár}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\tfrac{1+\beta}{2} \right)^2 + \tfrac{1+\beta}{2} \cdot \beta + \beta^2}{(1 + \beta + \beta^2)} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1 + 4\beta + 7\beta^2}{1 + \beta + \beta^2} =$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1 + \beta + \beta^2}{1 + \beta + \beta^2} + \frac{3\beta + 6\beta^2}{1 + \beta + \beta^2} \right) = \frac{1}{8} \cdot \left(1 + 3\beta \cdot \frac{1 + 2\beta}{1 + \beta + \beta^2} \right)$$

Természetesen $v(0) = v_{\text{KÚP}} = {}^1/_8$,

$v({}^1/_2) = v_{\text{közepes}} = {}^1/_8 \cdot {}^{19}/_7 = {}^{19}/_{56} \approx 0.33929 \approx 34\%$,

és $v(1) = v_{\text{henger}} = {}^1/_8 \cdot {}^{12}/_3 = {}^1/_2$.

14. Az a) és d) ábrákból készíthető henger (b)-ben a téglalap túl keskeny).

15.

4	8	3
4	5	6
7	2	6

16. Az egyenletek:

I) $a + \ell = 3240$

II) $\ell + c = 10980$

III) $c + a = 10240$.

A három egyenletet összeadva kapjuk:

IV) $2a + 2\ell + 2c = 3240+10980+10240 = 24460 \quad / : 2$

V) $a + \ell + c = 12230$.

V) -ből az I), II), III) egyenleteket külön-külön kivonva megkapjuk a megoldást:

$a=1250$, $c=8990$, $\ell=1990$.

18. a) egy olyan derékszögű trapéz, melynek magassága $m=2r=2*6=12$ cm, párhuzamos oldalai a legrövidebb és a leghosszabb alkotó, $a_{min} = 20$ cm és $a_{max} = ?$ cm, szárszögei 45^o és 135^o .

b) téglalap, $a=2r$ és $b=(a_{min}+a_{max})/2$ oldalakkal, c) alapján $b = a_{min}+r = 26$ cm.

c) a) alapján $a_{max} = a_{min} + 2r = 20+12 = 32$ cm.

d) Ha két ilyen félbevágott hengert egymáshoz illesztünk, 180^o -al elforgatva, akkor a 45^o levágás miatt egy teljes hengert kapunk, amelynek magassága $M = a_{min}+a_{max}$, tehát egy félhenger térfogata

$$V_{félhenger} = r^2 *\pi* M/2 = r^2 *\pi*(a_{min}+a_{max})/2 = 6^2 *\pi* 52/2 \approx$$

$$\approx \mathbf{2940{,}528\ cm^3} .$$

19. A logikai szita (tartalmazás és kizárás elve) alapján **Csúcsra ér** =

$$= 1000 - |B| - |F| - |A| + |B\cap F| + |B\cap A| + |F\cap A| - |B\cap F\cap A| =$$

$$= 1000 - 450 - 622 - 30 + 111 + 14 + 18 - 9 = \mathbf{32} .$$

20. A kép kivágott részletén a két-két sárga keresztrúd pontosan a felező-pontjaikon van csuklósan rögzítve.

Tétel: *Ha egy négyszög átlói felezik egymást, akkor a négyszög paralelogramma, vagyis szemközti oldalai párhuzamosak.*

Mivel a legalsó rész a földön van, vízszintes, ezért a felette levő rész is vízszintes. Az emelő 5 ilyen egymáshoz csatlakoztatott paralelogrammából áll.

21. A szobát $5\times3\times3 = 45$ számú kis, $1\times1\times1$ méteres, kocka alakú cellára bontva, a skatulyaelv miatt legalább egyik cellában legalább 3 légy lesz. Egy ilyen cella két legtávolabbi pontja a kocka átlójának két vége, az átló hossza a térbeli Pitagorasz tétel szerint $\sqrt{(1^2+1^2+1^2)} = \sqrt{3} \approx 1{,}73\text{m} < 1{,}75$ méter.

22. A 7 autó közül legalább egyikre 8 db követ kellene felrakni, de már a legkönnyebb 8 kő együttes tömege is

$$370+ 372 + 374 + ... + 384 = 3016 \text{ kg} > 3\text{t} ,$$

tehát a kövek *nem* szállíthatók el az adott feltételek mellett.
Megjegyzés: Ha megengedett lenne a kőtömbök kettévágása, akkor már elszállítható lenne az egész mennyiség egyetlen fuvarral, mert

$$370 + 372 + ... + 468 = 20950 \text{ kg} < 7 * 3000 \text{ kg} .$$

23. Tekintsük az 1, 11, 111, ... , 1111...111 (2004 db jegy) számokat. Van közöttük (legalább) kettő, amelynek 2003 -al való osztási maradéka ugyanannyi, ezen két szám különbsége osztható 2003 -al. A különbség

$$\mathbf{1111...111}000...000 = \mathbf{1111...111}\cdot 10^n$$

alakú, de mivel 2003 relatív prím 10-hez (nincs közös osztójuk), ezért a fenti **1111...111** szám megfelel a feladat követelményének.

24. Igen, igaz, mert: Kolozsvár népessége 324 576 fő (2011-ben), a szőkéknek 150 ezer, a vörösöknek 90 ezer, a sötét hajúaknak 60 ezer hajszáluk van fiatal korukban. Az öregedés előrehaladtával nem minden hajszál pótlódik, 40 éves korra a hajszálak 20% -ának elvesztése nem tekinthető kórosnak.

26. Nem lehetséges: egy-egy előfizető 15 másikkal lenne közvetlenül összekötve, de így minden összeköttetést kétszer számoltunk, tehát csak 77*15/2 "darab" közvetlen összeköttetés kellene, de ez nem egész szám, nem lehetséges. (A gráfelmélet legelső tétele szerint

"*minden gráfban a páratlan fokú csúcsok számának párosnak kell lennie*".)

27. Ha egy szuperital eredeti ára S, akkor eredetileg fizettünk volna 2*S -et, de az engedmény miatt csak S + S/2 = 1,5S -et fizettük. Tehát az engedmény mértéke

p (%) = (2S-1,5S) / 2S * 100% = 0,5S / 2S * 100% = 0,25% ,

vagyis az árengedmény igazából "csak" **0,25%** .

Megjegyzés: Valójában a második termékre adott 50% árengedmény megfeleződik a két (azonos árú) termék között, mindkettőre 0,25% jut.

28. a) 5!/52 = 120/52 ≈ 2,3 évig ≈ 2 év 3 és fél hónap .
b) 7!/52 = 5040/52 ≈ 96,92 ≈ 97 évig .

29. Ha M jelöli az összes elvégzendő munkát, akkor 1 óra alatt Peti egyedül M/6 , Panni egyedül M/5 munkát végez el. Ketten együtt pedig összesen M/6+M/5 munkát végeznek óránként, tehát a szükséges idő = M / (M/6+M/5) = $1/(^1/_6 + ^1/_5)$ = **30/11 óra** ≈ 2.7273 óra ≈ **≈ 2 óra 44 perc** .

Megjegyzés: Az $1/(^1/_a + ^1/_b)$ kifejezés az *a* és *b* számok *harmonikus közepe* (középértéke), minden együtt végzett munka / egyszerre megnyitott vízcsapok, stb. esetén kell használnunk.

30. Gondoljuk meg: 10000 órásmester be sem fér egy műhelybe, sőt még egy gyárba sem, tehát *egyáltalában* nem *tudják* együtt *megjavítani az órát !*

32. A háromszög $\alpha=80^o$ -os szöggel szemközti oldala és a két szögfelező által alkotott kis háromszög szögei $\beta/2$, $\gamma/2$ és a keresett szög ω , így $\beta/2 + \gamma/2 + \omega = 180^o$, ahonnan

$\omega = 180^o - (\beta/2 + \gamma/2) = 180^o - (\beta+\gamma)/2 = 180^o - (180^o-80^o)/2 =$
$= 80^o/2 =$ **40^o** .

35. Legyen a := a hajtó kerék foginak száma, b := a hajtott kerék foginak száma, x := hányat tekertünk a pedállal = hányat fordult a hajtó fogaskerék, y := másik fogaskerék mennyit fordult ezalatt. Ha mindkét megjelölt fog ismét lefelé néz, akkor a,b,x,y egész számok, a feladat szerint x és y a lehető legkisebbek, és a lánchajtás miatt

$$ax = by .$$

Ha K:=ax=by, akkor könnyen látható, hogy **K = lkkt(a,b)** .
Ismeretes még:

$$a*b = \text{lnko}(a,b)*\text{lkkt}(a,b)$$

a) "Legalább mennyit kell tekernünk" = x , a fenti egyenletek szerint

$$x = \text{K}/a = \text{lkkt}(a,b)/a = b/\text{lnko}(a,b) .$$

b) Ha már meghatároztuk x -et (megszámoltuk, hány tekerés után néz ismét lefelé a két megjelölt fog), akkor

$$\textbf{lnko}(\boldsymbol{a,b}) = \boldsymbol{a*b/K = b/x = a/y} .$$

és

$$\textbf{lkkt}(\boldsymbol{a,b}) = \textbf{K} = ax .$$

37. Ha R:=AK=BK a kör sugara és α:=AKB középponti szög ($\alpha \le 180^o$), akkor a középponton áthaladó útvonal hossza h_K =AK+KB =2R, az AB ív hossza $h_{ív} = 2R\pi*\alpha^o/360^o$, tehát $h_K < h_{ív}$ pontosan akkor teljesül, ha

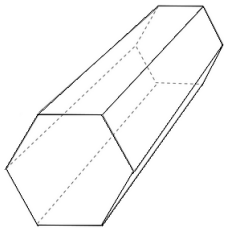
$$2R < 2R\pi*\alpha^o/360^o \quad \text{azaz} \quad 360/\pi < \alpha^o \quad \text{azaz} \quad \approx \mathbf{114{,}59^o} < \alpha^o ,$$

vagyis kb. $114{,}6^o$ -nál *nagyobb* középponti szög esetén érdemes a városközponton keresztül haladni (ha nincs nagy forgalom).

38. A Marosvásárhely (M) - Domáld (D) - csillag (C) háromszögben az MC és DC oldalak (majdnem) párhuzamosak, ami csakúgy lehet, ha az MD oldalon levő szögek majdnem derékszögek. Ez pedig csak úgy lehet. ha az MC és DC távolságok nagyságrendekkel nagyobbak az MD távolságnál.

39. Egyenlő szárú derékszögű háromszög.

42. A legegyszerűbb ilyen test egy szabályos n -oldalú hasáb, amelynek alap- és fedőlapja egy szabályos n -szög. Ezt guríthatjuk az asztalon, mint egy ceruzát.

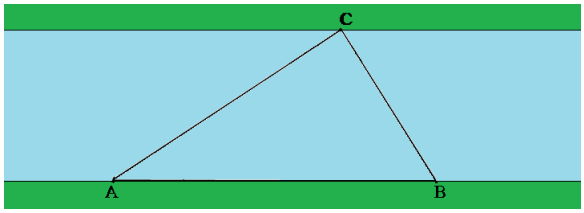


43. P(azonos neműek) = P(fiú,fiú)+P(leány,leány) = P(fiú)·P(fiú) + P(leány)·P(leány) = $p \cdot p + q \cdot q = 0{,}51^2 + 0{,}49^2 = 0{,}2601 + 0{,}2401 =$ **0,5002,**
P(különböző neműek) = 1 - P(azonos neműek) = 1-0,5002 = **0,4998** , ez valóban kisebb.

Megjegyzés: Vegyük észre, hogy az azonos nemű gyerekek valószínűsége a $(p-q)^2 > 0$ egyenlőtlenség miatt, és nem az apa miatt nagyobb, tetszőleges $p \neq ½$ esetén.

44. **a)** 24 karátos, hiszen 1 = 24/24 .
b) x gr tiszta arany esetén x /60 = 14/24, ahonnan x = 60*14/24 = 35 gramm.
c) y karát jelentése miatt y /24 = 12,5 % = 12,5 /100 = 0,125 , ahonnan y = 24*0,125 = 3 karát.

45. a) A szinusztétel segítségével kiszámoljuk az ABC háromszög oldalait. Hérón képletével kiszámoljuk a területét. T = AB*m_c/2 alapján meghatározzuk m_c -t, ami a folyó szélessége.



b) Ha az A pont átellenes a C ponttal, akkor a BAC szög derékszög, és így tg(CBA) = AC / AB, vagyis a folyó szélessége = AC = = AB* tg(CBA) .

MEGOLDÁSOK a B részhez

1. A vágások mentén keletkeznek a festetlen lapok, kétszeresen, tehát: 2∗[(3-1)∗4∗5+(4-1)∗3∗5+(5-1)∗3∗4] = **266** = (D) .

2. 4 bolha = 6 szöcske = 2*3 szöcske = 2*2 macska => 1 bolha = 1 macska => 5 macska = 5 bolha. => Válasz: **5 = (B) .**

3. A kifelé és befelé álló fülek összeszámolásából kapjuk, hogy a hiányzó darabnak három kifelé álló füle van. => Válasz: **B**

4. Az A-D állítások egyike sem következik a feltételből, mert esetleg van tüzet okádó és nem hétfejű és/vagy nem sárkány, vagy esetleg egyáltalában nincs is tüzet okádó. Tehát csak **F)** lehet igaz.

5. "Apám fia" = a beszélő saját maga, mert nincs testvére, tehát ő az arckép apja, vagyis az arckép a saját gyermeke.

6. Ha *x* -et adok, akkor nekem ennyivel csökken a pénzem, neked *x* -el nő, tehát a különbség kétszer ennyi lesz. Vagyis 10/2 = **5 $ -t** kell adnom.

7. Első ügyleten nyert 1$ -t, a másodikon is, tehát összesen 2$ a nyeresége.

8. Legyen az első házaspár F1,N1, a másik F2,N2, ekkor
először átkel N1,N2, visszaevez N2,
másodszor átkel F1,F2, visszaevez F2 (tehát a másik parton F1,N1 marad, ezen a parton F2,N2),
harmadszor átkel F2,N2.

9. A legelső mondatrész: "Vezetsz egy repülőgépet, ... ", tehát a pilóta neve a Te neved.

10. A festő *megfordította* a képet.

11. A *kakas* nem tojik tojást, tehát a válasz: **semerre** !

12. Ha a csoki 25 Ft, akkor Annának van 1Ft-ja, Zolinak 23, összesen 24Ft.
Másik megoldás: Annának nincs egy vasa sem, Zolinak 22, a csoki 24Ft.

13. A két végén egyszerre kell meggyújtanunk.

14. Legalább 17 nem tanul, legalább 9 sokszor lóg, ..., tehát legfeljebb 32-9=23 -an járnak rendszeresen.

15. Festés előtt szedték le a régi tapétát.

16. Ha levesszük az A négyzetet, akkor előbukkan D teljes életnagyságában (mert A-n kívül más nem takarhatja). A jobb alsó sarokban E nem takarhatja F -et, hiszen akkor nem tud "bekanyarodni", tehát az F felette van E -nek, és csak az ábrán jelölt módon helyezkedhet el.

Hasonlóan a többi sarokban C letakarja a B-t, H letakarja G-t. Az ábráról ekkor leolvasható a négyzetek (visszafelé) *levételének* sorrendje: A, D, B, H, G, F, E.

Tehát az eredeti **lerakási sorrend: E, F, G, H, B, D, A** volt.

17. Vegyünk elő egy 10x10 cm papírdarabot ...

18. Tized = 10%, a maradék kilencede = az eredeti 10%-a, ez összesen **20%**.

19. 0.2*0.8=0.16= **16%** .

20. Nem, mert a torony tetején a propeller *középpontja* van, vagyis csak a *sugara* (=45m) "lóg" lefelé.

21. Mivel mindenki csak a többieknek vett ajándékot, saját magának nem, ezért *n* tagú társaság esetén *n**(*n*-1) ajándékot vesznek. Próbálgassuk, milyen *n* esetén lesz *n**(*n*-1)= 812. (Nyilván *n*>20 mert 812>20*19=380.) A megoldás: ***n* = 29 .** (Lásd még a 31. feladatot.)

22. Kis gödröt vájtunk a mészbe, és az összes víz oda folyt.

23.a) A -ban **Z**= 5000+4500= 9 500 < **F**= 4500+5500= 10 000 = > **F** nyert,
B -ben **Z**= 6000+4000= 10 000 < **F**= 5000+5500= 10 500 = > **F** nyert,

b) A -ban **Z**= 5000+6000= 11 000 > **F**= 4500+5000= 9 500 = > **Z** nyert,
B -ben **Z**= 4500+4000= 8 500 < **F**= 5500+5500= 11 000 = > **F** nyert,
Tehát a választókerületek beosztása messze *nem* mindegy!

24. "A brünni vállalkozó egész nap számított, őrülten számított, teleírt számokkal vagy tíz ív papírt, a homlokáról csurgott az izzadtság, annyit számított, de nem boldogult, mindig más-más eredmény jött ki. Végre egy szakajtó babot kért a szakácsnétól, a babszemekből aztán kirakta az induló posta-kocsikat a pozsony-brassói vonalon, de csak még jobban belezavarodott az egészbe. Mikor aztán látta Horváth, hogy semmire sem megy, megszabadította a bizonytalanságtól.

- Hát lássa, önből nem lesz jó vállalkozó, mert ön nem látja tisztán maga előtt a dolgok következményeit már a második fokon sem.

A pozsony-brassói úton ott vannak az előző tíz napon elindult szekerek is, meg a mostani tíz napon elindultak. Eszerint a pozsony-brassói úton negyven szekér van. (Ld még a 33. feladatot.)

25. Mindkét esetben ellipszist kapunk. Elég, ha a tanulók megmondják ezt a szót, nem kell indoklás.

Megjegyzés: a) Több helyen, pl. (KöMaL C 376 feladat, 1994.nov. 445.old. és 1995.okt. 400-401.old.) bebizonyítják, hogy ez valóban egy ellipszis.
b) A "The Mathematical Gazette" vol 86. No.505 (March 2002) kötetében részletesen kiszámolják, hogy a kapott görbe valójában nem ellipszis:

26. A vevőnek átadott 1000,-Ft újság + 9000,- Ft (igazi) pénz = 10000,- Ft, amiért csak egy színes papírt kapott "emlékbe". Tehát vesztesége **10 000,-Ft.**

27. Az "*egyszerű*" gépek nem ismerik a precedenciát (mert nincs belső memóriájuk), vagyis a szorzásjel leütésekor már kiszámolják 5+3=8 értékét, minden eddigit elfelejtenek, és a *2 műveletnél már a 8*2=16 értéket számolják ki.
A "*tudományos*" gépek a * -nél érzékelik és tudják, hogy magasabb rendű művelet, mint az 5+..., tehát először kiszámolják 3*2 értékét, és ezt az értéket adják 5 -höz.

28. Ha van DMS (degree-minute-second) vagy $^{o\bullet,}$ gomb a gépen, akkor $17^o11^\bullet - 15^o39^\bullet = 1^o32^\bullet00"$.
Ha nincs, akkor a törtek gomb (a $^b/_c$) kell, és a végén is meg kell nyomnunk a ($^d/_c$) gombot:

$$17 \lrcorner 11 \lrcorner 60 \; - \; 15 \lrcorner 39 \lrcorner 60 = 1 \lrcorner 8 \lrcorner 15 = 23 \lrcorner 15 ,$$

sajnos itt nekünk kell 60 nevezőjű törtre visszaszámolnunk:
8*60/15=32 illetve 23*60/15=92, tehát az eredmény

$$= 1 \lrcorner 32 \lrcorner 60 = 92 \lrcorner 60 .$$

A Windows gépen egyik gomb sincs! Emiatt így kell számolnunk:

$$((17+11/60)-(15+39/60)) = 1{,}53333... ,$$

ez órákban mutatja az eltelt időt, ami percekben: 1,53333...*60 = **92**.

Mindegyik esetben fizetendő: 92*15 = **1380 Ft** .

29. A naptár csak bonyolítás! 100/7 = 14,2857... és 14*7=98 miatt 100=14*7 + 2 , 14 hét múlva megint szombat lesz, tehát már csak 2 napot kell "aludnunk", és **hétfő** lesz!

30. Ha sok ember van, a hiposuvik száma **sok/5**, és hamarosan **sok/7** lesz. Nyilván **sok/5 > sok/7** , vagyis *csökkenni* fog a számuk.

31. Ha a partin *x* személy volt, akkor mindegyikük *x*-1 másikkal koccintott, így a legvégén megkérdezve az embereket *x**(*x*-1) koccintást vallanának be, azonban mindent kétszer számoltunk: Józsi koccintott velem ugyanaz, mint amikor én koccintottam Józsival. Tehát olyan *x* szám kell, amire *x**(*x*-1)=435. Próbálkozással: ***x*=30** . (Lásd még a 21. feladatot.)

32. Mivel a csökkentés mértéke a megnövelt ár 10% -a, ami nagyobb, mint az eredeti ár 10% -a, ezért végülis a TV ára **csökkent**! (Képletben: 1.1*0.9TV=0.99TV, vagyis a csökkenés pontosan 1%.)

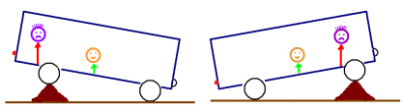
33. Feltételezhetjük, hogy kb. ugyannnyi autó megy mindkét irányban, vagyis velünk egy irányban és velünk szemben. *Minden* szembejövő autóval találkozunk, de csak azok előznek le, akik nálam gyorsabban mennek **:)** . (Lásd még a 24. feladatot.)

34. Sajnos a kis forgalmú utakon több a hepe-hupa, emiatt az autók előra-hátra billegnek, ezért látom lámpáikat villogni. Próbáld ki: sötétben enyhén billegesd zseblámpádat, és kb. 30 m -re álló társad villogást fog látni.

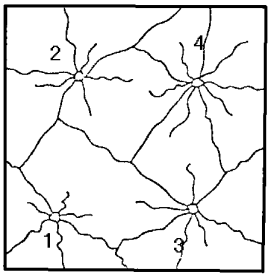
35. Én február 28-án születtem pár perccel éjfél előtt, tesóm pár perccel utánam, de másnap hajnalban, március 1-jén, akkor nem volt szökőév. Ma is február 28 van, de szökőév, tehát tesómnak nem holnap, hanem holnapután lesz szülinapja.

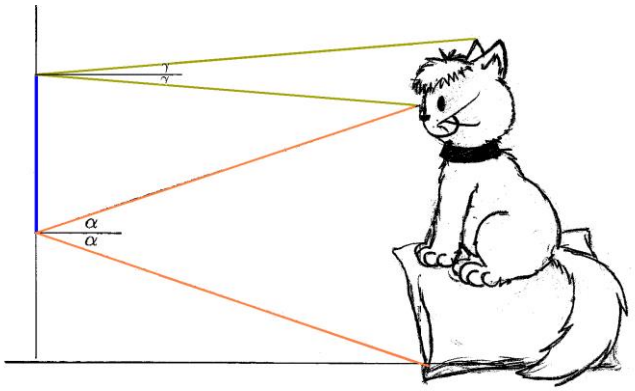
Megjegyzés: még az is "megoldható", hogy "*Nekem ma van a születésnapom, ikertestvéremnek pedig holnapután-után lesz*."

36. Az ábra alapján: **középen.**



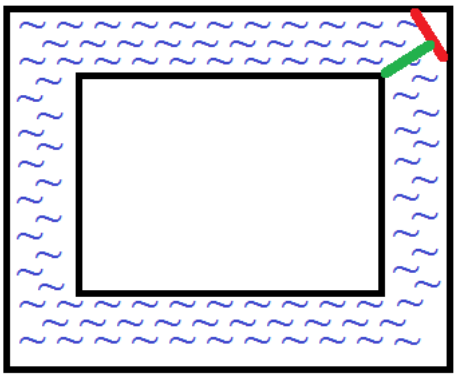
37. Lásd az *alábbi baloldali* ábrát.

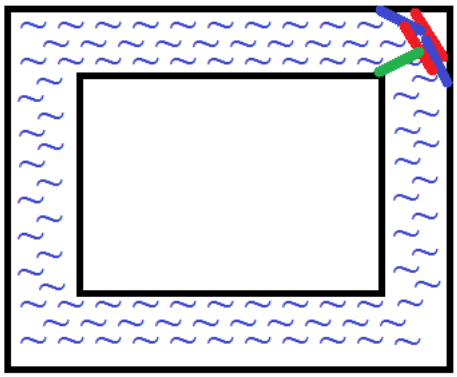




38. Lásd a *fenti jobboldali* ábrát. Vagyis feleakkora tükör kell, mint amilyen magasak vagyunk, még ha sámlin (párnán) állunk/ülünk is!

39. Lásd a *baloldali lenti* ábrát, tehát a feladat megoldható. .
Megjegyzés: Könnyen igazolható (Pitagorasz tétellel), hogy $h \geq k*(\sqrt{2}/1.5) \approx 0.9428k$ szükséges, ahol k az árok szélessége és h a pallók hossza. Bonyolultabb elrendezésekkel kicsivel nagyobb várárok is áthidalható (vagy rövidebb pallók is elegendőek), amint a jobboldali alsó ábra mutatja, de ekkor a számítások már bonyolultabbak.





40. Igen, amint az alábbi fényképen is látható, de ehhez az útnak megfelelően hepehupásnak kell lennie. "Élőben" látható a Csodák Palotájában Óbudán, https://www.csopa.hu/ .
(**Megjegyzés:** a sínek megfelelő görbületének kiszámítása rettenetesen nehéz, még nekem is sokkal egyszerűbb kézzel, próbálgatva kifaragni fából, pedig még hárombalkezes asztalosinas sem vagyok.)