Megoldandó a következő negyedfokú egyenlet. Segítség: a négy különböző gyök számtani sorozatot alkot.

$$x^4 - 24x^3 + 206x^2 - 744x + 945 = 0$$

Az x^3 együtthatójából látszik, hogy a négy gyök számtani közepe 6.

$$\begin{aligned}
& x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x \\
= \quad & (x-6-3b)(x-6-b)(x-6+b)(x-6+3b) \\
= \quad & (x-6-3b)(x-6+3b)(x-6-b)(x-6+b) \\
= \quad & \left((x-6)^2 - 9b^2\right)\left((x-6)^2 - b^2\right) \\
= \quad & (x-6)^4 - 10b^2(x-6)^2 + 9b^4
\end{aligned}$$

A konstans tagot tekintve:

$$6^4 - 10b^2 \cdot 6^2 + 9b^4 = 945$$

Ebből: $b^2 = 1$ vagy 39. Az első esetben a $6-3=3$, $6-1=5$, $6+1=7$, $6+3=9$ gyököket kapjuk, és ez rendben is van, mert

$$(x-3)(x-5)(x-7)(x-9) = x^4 - 24x^3 + 206x^2 - 744x + 945$$

Ha pedig $b^2 = 39$, akkor

$$\left((x-6)^2 - 9 \cdot 39\right)\left((x-6)^2 - 39\right) = x^4 - 24x^3 - 174x^2 + 3816x + 945$$

és ez nem az eredeti polinom.

Másik megoldás: Mivel az x^3 együtthatójából látszik, hogy a négy gyök számtani közepe 6, ezért az $x = y + 6$ helyettesítéssel élünk:

$$\begin{aligned}
& (y+6)^4 - 24(y+6)^3 + 206(y+6)^2 - 744(y+6) + 945 \\
= \quad & y^4 - 10y^2 + 9 = (y^2-1)(y^2-9)
\end{aligned}$$

Most már láthatók a gyökök: $y = -3, -1, 1, 3$ azaz $x = 3, 5, 7, 9$.