

Feladat-kidolgozás a következő jegyzetből:

Gáspár–Temesi: Lineáris programozási gyakorlatok, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

76b feladat:

A feladat megoldását a lexikografikus szimplex módszerrel végezzük. A kiindulási szimplex táblában (amely lexikografikusan pozitív) 5 lehetőség is van a pivotelem megválasztására:

8	1	0	1	0	1	1	0	0	0
10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
2	(3)	-1	1	1	1	0	0	1	0
14	1	0	2	-1	1	0	0	0	1
0	-4	-6	-7	-3	-10	0	0	0	0

$k = 1$ és $j = 8$

8	1	0	1	0	1	1	0	0	0
10	0	(1)	0	1	1	0	1	0	0
2	3	-1	1	1	1	0	0	1	0
14	1	0	2	-1	1	0	0	0	1
0	-4	-6	-7	-3	-10	0	0	0	0

$k = 2$ és $j = 7$

8	1	0	1	0	1	1	0	0	0
10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
2	3	-1	(1)	1	1	0	0	1	0
14	1	0	2	-1	1	0	0	0	1
0	-4	-6	-7	-3	-10	0	0	0	0

$k = 3$ és $j = 8$

8	1	0	1	0	1	1	0	0	0
10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
2	3	-1	1	(1)	1	0	0	1	0
14	1	0	2	-1	1	0	0	0	1
0	-4	-6	-7	-3	-10	0	0	0	0

$k = 4, j = 8$

8	1	0	1	0	1	1	0	0	0
10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
2	3	-1	1	1	(1)	0	0	1	0
14	1	0	2	-1	1	0	0	0	1
0	-4	-6	-7	-3	-10	0	0	0	0

$k = 5$ és $j = 8$

Az egyes lehetőségek szerint a pivotálás után ilyenre alakulna a pivotelem sora:

$\frac{2}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0
---------------	---	----------------	---------------	---------------	---------------	---	---	---------------	---

$k = 1$ és $j = 8$

10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$k = 2$ és $j = 7$

2	3	-1	1	1	1	0	0	1	0
---	---	----	---	---	---	---	---	---	---

$k = 3$ vagy $k = 4$ vagy $k = 5$ és $j = 8$

Látható, hogy az első lehetőségénél lesz ez a sor lexikografikusan a legkisebb. Elvégezve a pivotálást újra megjelölhetjük a lehetséges pivotalemekeket, és mindegyikhez megnézhetjük, hogy hogyan alakulna azon elemet pivotalemmé véve a pivotalelem sora a pivotálás után:

$7\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	0	$-\frac{1}{3}$	0
10	0	(1)	0	1	1	0	1	0	0
$\frac{2}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0
$13\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$-1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	1
$2\frac{2}{3}$	0	$-7\frac{1}{3}$	$-5\frac{2}{3}$	$-1\frac{2}{3}$	$-8\frac{2}{3}$	0	0	$1\frac{1}{3}$	0

$k = 2$ és $j = 7$

10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$7\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	0	$-\frac{1}{3}$	0
10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
$\frac{2}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	($\frac{1}{3}$)	($\frac{1}{3}$)	($\frac{1}{3}$)	0	0	$\frac{1}{3}$	0
$13\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$-1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	1
$2\frac{2}{3}$	0	$-7\frac{1}{3}$	$-5\frac{2}{3}$	$-1\frac{2}{3}$	$-8\frac{2}{3}$	0	0	$1\frac{1}{3}$	0

$k = 3$ vagy $k = 4$ vagy $k = 5$ és $j = 8$

2	3	-1	1	1	1	0	0	1	0
---	---	----	---	---	---	---	---	---	---

Látható, hogy az utóbbi sorvektor lesz lexikografikusan a kisebb. A k számot a 3, 4, 5 számok bármelyikének vehetjük. Tekintsük mondjuk a legelső lehetőséget, végezzük el a pivotálást, és újra jelöljük meg a lehetséges pivotalemekeket:

6	-2	1	0	-1	0	1	0	-1	0
10	0	1	0	1	1	0	1	0	0
2	3	-1	1	1	(1)	0	0	1	0
10	-5	(2)	0	-3	-1	0	0	-2	1
14	17	-13	0	4	-3	0	0	7	0

Látható, hogy a baloldali esetben a pivotálás után a pivotalelem sora 5-tel kezdődne, míg a jobboldali esetben 2-vel. A lexikografikus szimplex módszer tehát a jobboldali lehetőséget választja. Végezzük el a pivotálást, és újra jelöljük meg a (most egyértelmű) lehetséges pivotalemekeket:

6	-2	1	0	-1	0	1	0	-1	0
8	-3	(2)	-1	0	0	0	1	-1	0
2	3	-1	1	1	1	0	0	1	0
12	-2	1	1	-2	0	0	0	-1	1
20	26	-16	3	7	0	0	0	10	0

Végezzük el a pivotálást, és jelöljük meg a (most újfént egyértelmű) lehetséges pivotalemekeket:

2	$-\frac{1}{2}$	0	($\frac{1}{2}$)	-1	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
4	$-1\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
6	$1\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
8	$-\frac{1}{2}$	0	$1\frac{1}{2}$	-2	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
84	2	0	-5	7	0	0	8	2	0

Végezzük el a pivotálást, és jelöljük meg a lehetséges pivotalemekeket:

4	-1	0	1	-2	0	2	-1	-1	0
6	-2	1	0	-1	0	1	0	-1	0
4	(2)	0	0	(2)	1	-1	1	1	0
2	(1)	0	0	(1)	0	-3	1	1	1
104	-3	0	0	-3	0	10	3	-3	0

A bal alsó lehetőséget választja a lexikografikus szimplex módszer. És végre optimális megengedett bázismegoldáshoz jutunk, amely történetesen degenerált:

6	0	0	1	0					
10	0	1	0	0					
0	0	0	0	1					
2	1	0	0	0					
110	0	0	0	0	0	1	6	0	3

$\mathbf{x} = [2; 10; 6; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$; célfüggvényérték = 110