

Gomory algoritmus — egy újabb példa

Ez a kézirat a <http://www.math.bme.hu/~hujter/g1.pdf> fájlban található.

(A hozzá tartozó színes ábrákért a <http://www.math.bme.hu/~hujter/g1.gif> helyre érdemes ellátogatni.)

Keressük azt a nemnegatív egész x_1 -et és x_2 -t, melyekre $5x_1 + 6x_2 \leq 39$ és $x_1 + x_2$ a lehető legnagyobb.

Először felírjuk a relaxált feladatot:

$$5x_1 + 6x_2 \leq 39;$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0;$$

$$(x_1 + x_2) \rightarrow \max$$

Ezt a szokásos módon átírjuk standard alakra, és megoldjuk a primál szimplex módszerrel:

$$5x_1 + 6x_2 + x_3 = 39;$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0;$$

$$(x_1 + x_2) \rightarrow \max$$

39	(5)	6	1	7.8	1	1.2	0.2
0	-1	-1	0	7.8	0	0.2	0.2

Az utolsó primál szimplex táblát átírhatjuk duál szimplex táblává:

-7.8	-0.2	-0.2
7.8	1.2	0.2
0	-1	0
0	0	-1

Az x_1 sorából nyerjük a $0 \leq s_1 = -0.2 + 0.8x_2 + 0.8x_3$ feltételt, ahol s_1 értékének még egész számnak is kell lenni.

Ezt a feltételt hozzáírhatjuk a fenti duál szimplex táblához:

-7.8	-0.2	-0.2
7.8	1.2	0.2
0	-1	0
0	0	-1
-0.2	-0.8	-0.8

A lexikografikus duál szimplex módszer szerint kijelöljük a pivotelemet, majd elvégezzük a pivotálást:

-7.8	-0.2	-0.2	-7.8	-0.2	-0.2	-7.75	-0.25	0
7.8	1.2	0.2	7.8	1.2	0.2	7.50	1.50	-1
0	-1	0	0	-1	0	0.25	-1.25	1
0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1
-0.2	-0.8	-0.8	-0.2	(-0.8)	-0.8	0	-1	0

Az x_1 sorából következően a legalsó sor kicserélhető egy másikra, majd újra pivotálunk:

-7.75	-0.25	0	7.5	-0.5	0
7.50	1.50	-1	6	3	-1
0.25	-1.25	1	1.5	-2.5	1
0	0	-1	0	0	-1
-0.50	(-0.50)	0	0	-1	0

Most az x_2 sorából következően a legalsó sor kicserélhető egy másikra, majd újra pivotálunk:

-7.5	-0.5	0	-7.5	-0.5	0	-7	-1	0
6	3	-1	6	3	-1	3	6	-1
1.5	-2.5	1	1.5	-2.5	1	4	5	1
0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1
-0.5	-0.5	0	-0.5	(-0.5)	0	0	-1	0

Most már kiolvasható a végeredmény: $x_1 = 3$ és $x_2 = 4$; az eltérésváltozó: $x_3 = 4$; az eredeti célfüggvény értéke: 7.

A mellékelt ábrák az egyes feltételek szerepét mutatják. A feltételek ábrázolásához mindegyik feltételt x_1 -re és x_2 -re vonatkozó egyenlőtlenségként kellett kifejezni. Példának okáért az első Gomory-feltétel: $0 \leq -0.2 + 0.8x_2 + 0.8(39 - 5x_1 - 6x_2)$. Ez az eredeti $5x_1 + 6x_2 \leq 39$ feltétellel együtt adja a $[7.5, 0.25]$ pontot. Az utolsó Gomory-feltétel: $0 \leq -0.5 + 0.5(-0.2 + 0.8x_2 + 0.8(39 - 5x_1 - 6x_2))$. Ez az eredeti $5x_1 + 6x_2 \leq 39$ feltétellel együtt adja a $[3, 4]$ pontot.