Gauss-féle eliminációval megoldandó a következő egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \lambda x_3 &= \lambda^2 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 &= \lambda \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Felírjuk a kiegészített mátrixot, és végzünk néhány iterációt:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ \hline 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ \hline \lambda & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ \hline 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda-\lambda^2 \\ \hline 0 & 1-\lambda & 1-\lambda^2 & 1-\lambda^3 \\ \hline \end{array} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ \hline 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda-\lambda^2 \\ \hline 0 & 0 & 2-\lambda-\lambda^2 & 1+\lambda-\lambda^2-\lambda^3 \\ \hline \end{array}$$

Itt

$$\lambda-\lambda^2=(1-\lambda)\lambda \qquad 2-\lambda-\lambda^2=(1-\lambda)(2+\lambda) \qquad 1+\lambda-\lambda^2-\lambda^3=(1-\lambda)(1+\lambda)^2$$

Ha $\lambda = 1$, akkor a kiegészített mátrix:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Ekkor tehát az eredeti egyenletrendszer ezzel ekvivalens: $x_1 + x_2 + x_3 = 1$. Itt a három ismeretlen közül kettő tetszőlegesen megválasztható, a harmadik pedig ebből az egyenletből kifejezhető.
A továbbiakban feltehetjük, hogy $\lambda \neq 1$. Ekkor a

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ \hline 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & (1-\lambda)\lambda \\ \hline 0 & 0 & (1-\lambda)(2+\lambda) & (1-\lambda)(1+\lambda)^2 \\ \hline \end{array}$$

mátrix második és harmadik sora is osztható $1-\lambda$-val:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ \hline 0 & -1 & 1 & \lambda \\ \hline 0 & 0 & 2+\lambda & (1+\lambda)^2 \\ \hline \end{array}$$

Ha $2+\lambda = 0$, akkor itt vagyunk:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & -2 & 4 \\ \hline 0 & -1 & 1 & -2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Látható, hogy az egyenletrendszernek nincs megoldása, hiszen a harmadik sor jelentése az, hogy $0x_1 + 0x_2 + 0x_3 = 1$, ami nyilván lehetetlenség.
A továbbiakban tehát feltesszük, hogy $\lambda \notin \{-2, 1\}$. Ekkor a harmadik sorból azt nyerjük, hogy

$$x_3 = \frac{(1+\lambda)^2}{2+\lambda}$$

Következésképpen a második sorból ezt kapjuk:

$$-x_2 + \frac{(1+\lambda)^2}{2+\lambda} = \lambda \qquad \text{azaz} \qquad x_2 = \frac{1}{2+\lambda}$$

Végül az első sorból azt nyerjük, hogy

$$x_1 + \frac{1}{\lambda+2} + \frac{(1+\lambda)^2}{2+\lambda}\cdot\lambda = \lambda^2 \qquad \text{azaz} \qquad x_1 = \frac{-1-\lambda}{2+\lambda}$$

Ellenőrzés:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1-x_1-x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{és} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-1-\lambda}{2+\lambda} \\ \frac{1}{2+\lambda} \\ \frac{(1+\lambda)^2}{2+\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda \\ \lambda^2 \end{bmatrix}$$