

Gauss-féle eliminációval megoldandó a következő mátrixegyenlet:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q & 4q & q \end{bmatrix}$$

Felírjuk a kiegészített mátrixot, és végzünk néhány iterációt:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 2q \\ \hline 2 & -3 & 2 & 4q \\ \hline 3 & -2 & p & q \\ \hline \end{array} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 2q \\ \hline 0 & -5 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -5 & p-3 & -5q \\ \hline \end{array} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 2q \\ \hline 0 & -5 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & p-3 & -5q \\ \hline \end{array}$$

Ha most $p = 3$ és $q \neq 0$, akkor a harmadik sorból látható a megoldhatatlanság. Ha $p = 3$ és $q = 0$, akkor a második sor szerint $x_2 = 0$, és így az első sor szerint $x_1 + x_3 = 2q = 0$. Összefoglalva: x_1 és x_3 közül bármelyik szabadon megválasztható, a másik viszont annak a minuszegyszerese, miközben $x_2 = 0$.

A továbbiakban feltehetjük, hogy $p \neq 3$. Ekkor az $x_2 = 0$ mellett megkapjuk, hogy $x_3 = \frac{-5q}{p-3}$. Visszaírva a felső sorba:

$$x_1 + 0 + \frac{-5q}{p-3} = 2q \quad \text{azaz} \quad x_1 = \frac{(2p-1)q}{p-3}$$

Ellenőrzés:

$$\begin{bmatrix} x_1 & 0 & -x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{(2p-1)q}{p-3} & 0 & \frac{-5q}{p-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q & 4q & q \end{bmatrix}$$