

Teljes indukcióval bizonyítandó:

$$\prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$$

Ha  $n = 0$ , akkor triviálisan mindkét oldal értéke 1. Ha pedig  $n$ -ről  $n+1$ -re térünk át, akkor a bal oldali növekedés  $\frac{2n+1}{2n+2}$ -szeres, a jobb oldali növekedés  $\frac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt{2n+3}}$ -szeres. Mármost

$$\left(\frac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt{2n+3}}\right)^2 - \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^2 = \frac{2n+1}{2n+3} - \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^2 = \frac{2n+1}{(2n+3)(2n+2)^2} > 0$$