Teljes indukcióval bizonyítandó $n = 2, 3, ...$ esetére:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 2\sqrt{n} \; - \frac{3}{2}\sqrt{2} + 1$$

Ha $n = 2$, akkor triviálisan mindkét oldal értéke $1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ha pedig n-ről $n+1$-re térünk át, akkor a bal oldali növekedés $\frac{1}{\sqrt{n+1}}$, a jobb oldali növekedés $2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n}$. Mármost

$$2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} = \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} > \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$