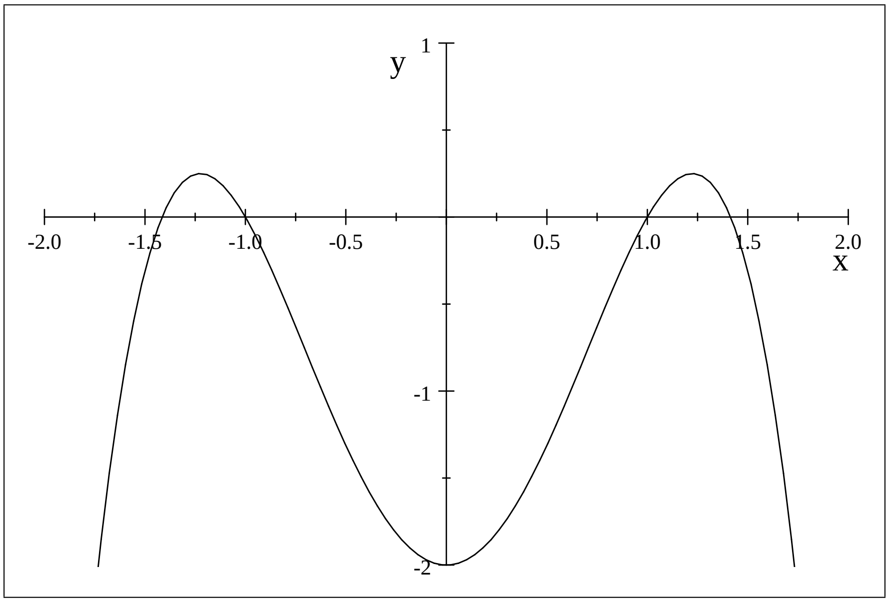
$$\begin{aligned}
\int_1^e x^2 \log x &= ? \\
\int x^2 \log x &= \frac{1}{3} \int (x^3)' \cdot \log x \\
&= \frac{1}{3} \left( x^3 \log x - \int x^3 \log' x \right) \\
&= \frac{x^3(3\log x - 1)}{9} \\
\int_1^e x^2 \log x &= \left[ \frac{x^3(3\log x - 1)}{9} \right]_1^e = \frac{2e^3 - 1}{9}
\end{aligned}$$

Kiszámítjuk az $y = x^4$ és az $y = 3x^2 - 2$ egyenletű görbék közti területet. Először azt nézzük meg, hogy mikor lesz $x^4 \geq 3x^2 - 2$. Az $x^2 = z$ jelöléssel: $z^2 - 3z + 2 \geq 0$, aminek a megoldása: $z \leq 1$ vagy $2 \leq z$. Tehát $x^4 \geq 3x^2 - 2$ akkor és csak akkor következik be, ha $x \leq -\sqrt{2}$ vagy $-1 \leq x \leq +1$ vagy $+\sqrt{2} \leq x$. Három darabban van az a területt, ami a két görbe közrefog. A középsőre: $-1 \leq x \leq +1$. Tehát ez a terület:

$$\begin{aligned}
\int_{-1}^{+1} (x^4 - 3x^2 + 2)dx &= \left[ \frac{x^5}{5} - x^3 + 2x \right]_{-1}^{+1} \\
&= \frac{1^5}{5} - 1^3 + 2 - \left( \frac{(-1)^5}{5} - (-1)^3 + 2(-1) \right) \\
&= \frac{12}{5} = 2.4
\end{aligned}$$

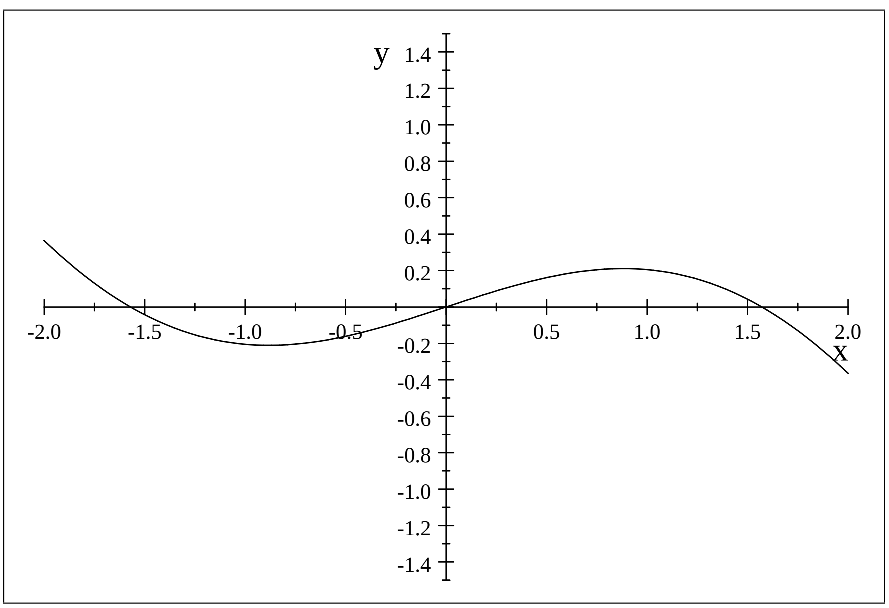
A másik két terület egyenlő, hiszen az egyik a másikra szimmetrikus.

$$\begin{aligned}
\int_1^{\sqrt{2}} (3x^2 - 2 - x^4)dx &= \left[ x^3 - 2x - \frac{x^5}{5} \right]_1^{\sqrt{2}} \\
&= (\sqrt{2})^3 - 2\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{2})^5}{5} - \left( 1^3 - 2 - \frac{1^3}{5} \right) \\
&= \frac{6 - 4\sqrt{2}}{5} \\
& \quad 3x^2 - 2 - x^4
\end{aligned}$$




Kiszámítjuk az $y = \sin x$ és az $y = \frac{2x}{\pi}$ egyenletű görbék közti területet. Először azt nézzük meg, hogy mikor lesz $\sin x \geq \frac{2x}{\pi}$.

$$\sin x - \frac{2x}{\pi}$$



$$
\begin{aligned}
\int_0^{\pi/2} \sin x - \frac{2x}{\pi} dx &= \left[-\cos x - \frac{x^2}{\pi}\right]_0^{\pi/2} \\
&= -\cos\frac{\pi}{2} - \frac{(\pi/2)^2}{\pi} - (-\cos 0 - \frac{0^2}{\pi}) \\
&= 1 - \frac{\pi}{4}
\end{aligned}
$$