

Klafszky Emil: HÁLÓZATI FOLYAMOK

Budapest 1969

Az operációkutatás matematikai módszerei című tanfolyam anyaga

Szerkesztő: Prékopa András

Kiadó: MTESZ Bolyai János Matematikai Társulat

Felelős kiadó: Császár Ákos

Készült 220 példányban

69/6847. MTESZ HNy. Bp./Sné.

Előszó

Ez a jegyzet a Bolyai János Matematikai Társulat "Az operációkutatás matematikai módszerei" c. két éves tanfolyama hálózati folyamatok tárgyának anyagát tartalmazza.

A jegyzet célja, hogy az utóbbi időben rendkívül gyorsan fejlődő folyamhálózati módszerekről egy bevezetést nyújtson A tárgyalásra kerülő anyagot kilenc főbb fejezetre, mint önálló modellekre bontottam. Ezen fejezeteken belül az első paragrafus a fejezet /modell/ alapvető tételét, a következő a megoldó algoritmust tartalmazza. A további paragrafusok az alapmodellre épülő alkalmazásokat tartalmazzák.

Ettől a felépítéstől kicsit eltér a VIII. fejezet. Az eltérést az indokolja, hogy a tervütemezési modelleket /CPM/ time, CPM/cost, PERT/ egy önálló fejezetben kívántam összefogni, amely, - az olyan olvasó számára, akit speciálisan csak az érdekel, - a jegyzet nagy részének átolvasása nélkül is olvasható.

Az egyes fejezetek egymáshoz való kapcsolatát az alábbi séma mutatja. A folytonos vonal jelöli a jegyzetbeli kapcsolatot, míg a szaggatott és pontozott vonal egy más, lehetséges kapcsolatot mutat, melynek pontosabb megmutatása - az olvasóra bízva - a feladatok közt szerepel.

A lineáris programozásban járatos olvasó észreveszi, hogy az egyes modellek speciális lineáris programozási modellként is felfoghatók és így a dualitási tétel /integritás nélkül/, a lineáris programozás dualitási tételéből azonnal adódik. Erre a kapcsolatra a jegyzetben, - hogy tisztán folyamhálózati eszközöknél maradjunk, - nem térünk ki.

Az anyag tárgyalása előtt a "Bevezetés"-ben megkíséreltem az alapvető fogalmakat heurisztikusan bevezetni. Lehet, hogy ez az olvasónál, - épp ellenkezőleg, - nehézséget okoz, akkor a bevezetés kihagyásával, esetleg későbbi visszatéréssel, olvassa a jegyzetet.

A fejezetek végén lévő feladatok egyrészt az algoritmus begyakorlását, másrészt az alapmodell alkalmazását és más fejezetekhez való kapcsolatát mutatják.

Köszönetet mondok Majtay Antalnak a kézirat gondos áttanulmányozásáért és értékes megjegyzéseiért.

1969. augusztus

A szerző

TARTALOM

BEVEZETÉS

1. Példa: Egy egyszerű raktár modell 5
2. Példa: Egy egyszerű terhelési feladat 12

Irodalom 16

I. DIGRÁF. CIMKÉZÉSI TECHNIKA

1. Vágás és út dualitás tétele 17
2. Címkezési technika 20
3. Legrövidebb út probléma 23

Irodalom 38

Feladatok 38

II. HÁLÓZATI FOLYAMOK

4. Maximális folyam - minimális vágás tétel 41
5. Algoritmus a maximális folyam meghatározására 46
6. Integritási tétel 51
7. Gráfelméleti alkalmazás: Egerváry-Kőnig és Menger tételek 55

Irodalom 58

Feladatok 59

III. "HÁZASSÁG" PROBLÉMA

8. Kőnig-Hall tétel 62

9. Algoritmus a "házasság" probléma megoldására 66

10. Futószalag modell 71

11. Diltworth lánclebontás 72

12. Egyszerű halmazreprezentációs alkalmazás 75

Irodalom 78

Feladatok 79

IV. KERESLET-KINÁLAT PROBLÉMA

13. Gale tétel 80

14. Algoritmus a kereslet-kínálat modell megoldására 83

15. "Baseball játék" probléma 89

16. Tételek a kereslet-kínálat modell megvalósíthatóságáról 93

17. Szimmetrikus kereslet-kínálat modell 94

18. Multiplicitásos halmazreprezentáció 101

19. Digráfok részgráf problémája 107

20. Matrixok 0 és 1 komponensekkel 112

Irodalom 124

Feladatok 125

V. KORLÁTOZOTT FOLYAMOK. CIRKULÁCIÓ

21. Maximális folyam - minimális vágás tétel korlátozott folyamnál 129

22. Algoritmus a maximális korlátozott folyam meghatározására 135

23. Folyamcirkuláció. Cirkulációs tétel 138

24. Algoritmus a cirkulációs folyam meghatározására 144

25. A cirkulációs tétel alkalmazása halmazreprezentációs feladatra 146

26. A cirkuláció egy gráfelméleti alkalmazása: Unicursal gráf 150

Irodalom 152

Feladatok 153

VI. HOZZÁRENDELÉSI PROBLÉMA

27. Egerváry-Kuhn dualitás tétel 155

28. Algoritmus a hozzárendelési feladat megoldására 159

29. Arányos ár modell 163

Irodalom 167

Feladatok 167

VII. SZÁLLÍTÁSI PROBLÉMA

30. Ford-Fulkerson dualitás tétel 170

31. Algoritmus a szállítási probléma megoldására 176

32. Egy egyszerű készletgazdálkodási modell 183

33. Trans-shipment probléma 184

Irodalom 188

Feladatok 188

VIII. TERVÜTEMEZÉSI MODELLEK

34. Időtervezési feladat (CPM/time) és dualitás tétele 191

35. Algoritmus az optimális időütem terv meghatározására 198

36. Költségtervezési feladat (CPM/cost) és dualitás tétele 201

37. Algoritmus a költségtervezési feladat megoldására 208

38. Sztohasztikus időtervezési feladat (PERT) 217

Irodalom 222

Feladatok 222

IX: ÁLTALÁNOS KÖLTSÉGES FOLYAM PROBLÉMA

39. Általános minimális költségű folyam probléma 224

40. Algoritmus a paraméteres feladat megoldására 231

41. Maximális dinamikus folyam 247

42. Költséges korlátozott folyam probléma 254

43. Költséges cirkulációs folyam probléma 255

Irodalom 257

Feladatok 257

IRODALOM JEGYZÉK 259