Írja fel az x_1, x_2, x_3 döntési változók oszlopából alkotott bázishoz tartozó szimplex táblát a bázis mátrixa inverzének segítségével! Elemezze a kapott szimplex táblát! $x_1 + x_3 + x_4 = 40$; $-x_2 + x_3 + x_5 = 10$; $x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 18$; $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$; $x_3 \geq 0$; $x_4 \geq 0$; $x_5 \geq 0$; $x_6 \geq 0$; $(8x_1 + x_2 + 6x_3) \to \max$

A feladat megoldása: A kiindulási szimplex tábla felső része és abban a B mátrix:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 40 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 18 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}} \quad B = \boxed{\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{array}}$$

Ennek a B mátrixnak az inverzét kiszámoljuk:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrr} (1) & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{rrrrrr} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{array}} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{rrrrrr} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & -1 & 1 & 1 \end{array}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\begin{array}{rrrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{array}} \Longrightarrow B^{-1} = \boxed{\begin{array}{rrr} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{array}}$$

Ezzel a mátrixszal balról beszorozzuk a kiindulási szimplex tábla tetejét:

$$\boxed{\begin{array}{rrr} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{array}} \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 40 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 18 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 28 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 12 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{array}}$$

Most a 0 indexű sort többféleképpen is kiszámíthatjuk: A legegyszerűbb talán az, amikor tekintjük a bázishoz tartozó célfüggvény-együtthatók sorvektorát, és ezzel balról beszorozzuk a fenti mátrixot:

$$\boxed{\begin{array}{rrr} 8 & 1 & 6 \end{array}} \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 28 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 12 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 298 & 8 & 1 & 6 & 7 & 0 & 1 \end{array}}$$

Ezután ebből levonjuk a teljes célfüggvény-együttható-sort:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 298 & 8 & 1 & 6 & 7 & 0 & 1 \end{array}} - \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 0 & 8 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 298 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 1 \end{array}}$$

Tehát a B bázishoz tartozó teljes szimplex tábla:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 28 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 12 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 298 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 1 \end{array}} \Longrightarrow$$

Ez *optimális bázismegoldás*t ad: $\mathbf{x} = [28; 2; 12; 0; 0; 0]$

Írja fel az x_1, x_3, x_5 döntési változók oszlopából alkotott bázishoz tartozó szimplex táblát a bázis mátrixa inverzének segítségével! Elemezze a kapott szimplex táblát! $x_1 - 2x_2 + x_4 = 100$; $3x_1 + x_2 - 5x_3 + x_5 = 80$; $-3x_1 + x_3 + x_6 = 50$; $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$; $x_3 \geq 0$; $x_4 \geq 0$; $x_5 \geq 0$; $x_6 \geq 0$; $(2x_1 + x_2 + 3x_3) \to \max$

A feladat megoldása: A kiindulási szimplex tábla felső része és abban a B mátrix:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 100 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 80 & 3 & 1 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 50 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}} \quad B = \boxed{\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{array}}$$

Ennek a B mátrixnak az inverzét kiszámoljuk:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrr} (1) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{rrrrrr} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (-5) & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \end{array}} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{rrrrrr} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -.2 & .6 & -.2 & 0 \\ 0 & 0 & (.2) & 2.4 & .2 & 1 \end{array}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\begin{array}{rrrrrr} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 12 & 1 & 5 \end{array}} \Longrightarrow B^{-1} = \boxed{\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 12 & 1 & 5 \end{array}}$$

Ezzel a mátrixszal balról beszorozzuk a kiindulási szimplex tábla tetejét:

$$\boxed{\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 12 & 1 & 5 \end{array}} \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 100 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 80 & 3 & 1 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 50 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 100 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 350 & 0 & -6 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1530 & 0 & -23 & 0 & 12 & 1 & 5 \end{array}}$$

Most a 0 indexű sort többféleképpen is kiszámíthatjuk: A legegyszerűbb talán az, amikor tekintjük a bázishoz tartozó célfüggvény-együtthatók sorvektorát, és ezzel balról beszorozzuk a fenti mátrixot:

$$\boxed{\begin{array}{rrr} 2 & 3 & 0 \end{array}} \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 100 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 350 & 0 & -6 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1530 & 0 & -23 & 0 & 12 & 1 & 5 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 1250 & 2 & -22 & 3 & 11 & 0 & 3 \end{array}}$$

Ezután ebből levonjuk a teljes célfüggvény-együttható-sort:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 1250 & 2 & -22 & 3 & 11 & 0 & 3 \end{array}} - \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 0 & 2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 1250 & 0 & -23 & 0 & 11 & 0 & 3 \end{array}}$$

Tehát a B bázishoz tartozó teljes szimplex tábla:

$$\boxed{\begin{array}{rrrrrrr} 100 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 350 & 0 & -6 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1530 & 0 & -23 & 0 & 12 & 1 & 5 \\ 1250 & 0 & -23 & 0 & 11 & 0 & 3 \end{array}}$$

Itt az x_2 oszlopa mutatja, hogy *nem korlátos a célfüggvény*! (Megengedett megoldások, melyeken $\beta \to \infty$ esetén ∞-hez tart a célfüggvény $1250 + 23\beta$ értéke: $[100 + 2\beta, \beta, 350 + 6\beta, 0, 1530 + 23\beta, 0]$.)