

Kiszámítandó a következő mátrix determinánása:

$$\begin{bmatrix} a+1 & 2a+1 & 3a+1 & 4a+1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -4 & -4 & 5 & -4 \\ 2 & 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

Jelölje a keresett determinánst  $D$ . Nagyon kínálja magát, hogy a harmadik sorhoz adjuk a negyedik dupláját, az elsőből pedig vegyük el a negyedik felét. Eközben a determináns nem változik:

$$\begin{bmatrix} a & 2a & 3a+2 & 4a \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

A harmadik sor szerint kifejtve  $D$  egyenlő a következő mátrix determinánásával:

$$\begin{bmatrix} a & 2a & 4a \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Mármost  $D = a\delta$ , ahol  $\delta$  a következő mátrix determinánása:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Ez a determináns Sarrus-szabállyal:  $-2$ . Tehát az eredeti determináns:  $-2a$ .

Meghatározandó a következő mátrix oszlopai által generált altér dimenziója és egy bázisa:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

A Sarrus-szabállyal megkapjuk, hogy

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

determinánása  $-14$ . A lényeg, hogy nem nulla, ezért a keresett dimenzió: 3, egy megfelelő bázis pedig ez a 3 oszlop.