

A valós szám értékű a paraméter mely értékeire létezik a következő határérték, és az mennyi?

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2}$$

A másodfokú egyenletre vonatkozó Vieta-formula alapján a számlálót és a nevezőt is szorzattá bontjuk:

$$\frac{x^2 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x^2 + 3)(x^2 - 1)}{(x - 2)(x - 1)} = \frac{(x^2 + 3)(x + 1)}{x - 2}$$

Tehát ha $a \notin \{1, 2\}$, akkor az eredeti nevező nem nulla, a határérték létezik, és értéke:

$$\begin{aligned} \frac{(a^2 + 3)(a + 1)}{a - 2} &= \frac{a^3 + a^2 + 3a + 3}{a - 2} = \frac{a^3 + a^2 + 3a - 18}{a - 2} + \frac{21}{a - 2} \\ &= \frac{(a - 2)(a^2 + 3a + 9)}{a - 2} + \frac{21}{a - 2} = a^2 + 3a + 9 + \frac{21}{a - 2} \end{aligned}$$

Ha $a = 1$, akkor is létezik a határérték, mégpedig:

$$\frac{(1^2 + 3)(1 + 1)}{1 - 2} = -8$$

Ha pedig $a = 2$, akkor nincs határérték, hiszen

$$\begin{aligned} (2^2 + 3)(2 + 1) &= 21 \\ 2 - 2 &= 0 \end{aligned}$$

és a $21/0$ osztás nem végezhető el.