

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x} = ?$$

Az ilyen $\sqrt{A}-B \rightarrow 0$ kifejezést tartalmazó törtknél általánosan hasznos trükk, hogy a törtet bővítük $\sqrt{A}+B$ -vel:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x} \frac{\sqrt{1+x+x^2}+1}{\sqrt{1+x+x^2}+1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x+x^2-1}{x(\sqrt{1+x+x^2}+1)} = \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x}{\sqrt{1+x+x^2}+1} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)}{\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x+x^2}+1)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$