Azokból a tényekből, hogy az $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozat szigorúan növekvően és az $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ sorozat szigorúan csökkenően ugyanahhoz a határértékhez tart, le kell vezetni, hogy

$$\frac{1}{n+1} < \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) < \frac{1}{n}$$

A közös határértéket jelölje a. Egyébként $a = e$, de ezt nem fogjuk felhasználni. Az nyilvánvaló, hogy $a > 1$. A bizonyítandó egyenlőtlenségpár ekvivalens az alábbival, mivel $\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln a}$:

$$\frac{\ln a}{n+1} < \log_a\left(1+\frac{1}{n}\right) < \frac{\ln a}{n}$$

azaz

$$\exp\left(\frac{\ln a}{n+1}\right) < 1+\frac{1}{n} < \exp\left(\frac{\ln a}{n}\right)$$

azaz

$$\sqrt[n+1]{a} < 1+\frac{1}{n} < \sqrt[n]{a}$$

Ez viszont látható az alábbiakból:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < a < \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$