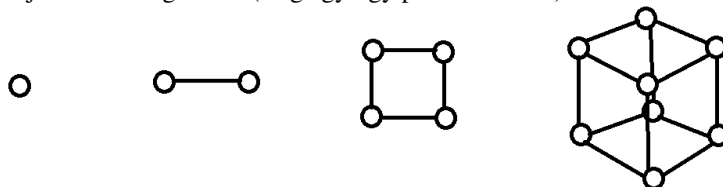
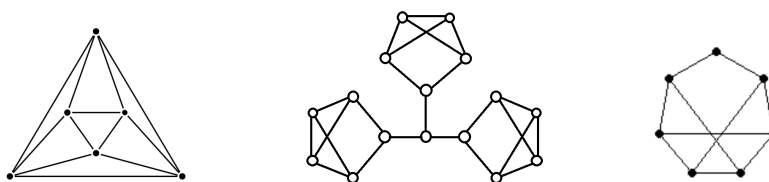


3. gyakorlat

1. Induljunk ki egy szabályos 2014 szögből. G_1 -et úgy kapjuk belőle, hogy a síkidom egy csúcsát összekötjük az összes többivel, ami korábban nem volt szomszédja. G_2 -t pedig úgy, hogy felveszünk egy extra pontot, amit összekötünk a 2014 szög összes csúcsával. Döntsük el, hogy intervallumgráfokat kaptunk-e!
2. Van-e olyan gráf, ami intervallumgráf, de a komplementere nem az?
3. Mely gráfok élgráfjai az alábbi gráfok? (elég egy-egy példát mutatni)



4. Határozzuk meg az alábbi gráfok élkormatikus számát!



5. $V(G) := \{1, 2, \dots, 100\}$; $xy \in E(G) \iff (|x - y| = 1 \vee |x - y| = 50)$. $\chi_e(G) = ?$
 6. Mutassuk meg, hogy $\chi_e(G) \cdot \nu(G) \geq e$, ahol ν jelenti azon élek maximális számát, melyeknek nincs közös végpontja (e természetesen az élszám).
 7. A 10 csúcsú G gráf két (közös csúcs nélküli) 5 pontú útból készült úgy, hogy az egyik út összes csúcsát összekötjük a másik út összes csúcsával. Lássuk be, hogy $\chi_e(G) = 7$!
 8. a) Kosárlabda bajnokságot szervezünk. 2013 csapat van, és mindegyik csapatnak legalább egyszer kell játszania az összes többi csapat ellen. Egy fordulóban minden csapat legfeljebb egyszer játszhat. Legkevesebb hány fordulóra van szükség a bajnokság lebonyolításához?
b) Sikeresen lezajlott az előző félévben a bajnokság a 2013 csapattal. A félév végén azonban a színvonalon aluli játék miatt a rettegett *SzIT* csapat úgy döntött, hogy csatlakozik a következő bajnoksághoz, így már 2014 csapat verseng. Bizonyítsuk be, hogy részvételük nem növeli a szükséges fordulók számát!
 9. (Sakktáblás feladat 2. gyakorlatról) G csúcsai a (8×8) -as sakktábla mezői, ahol két csúcs szomszédos, ha egy királynak pontosan két lépés kell, hogy az egyikből eljusson a másikba. Határozzuk meg $\chi(G)$ -t! Mi a helyzet, ha a szomszédság feltételét úgy módosítjuk, hogy *legalább* két lépés kelljen?
 10. Bizonyítsuk, hogyha egy síkgráf tartományai kiszínezhetők két színnel, akkor minden foka páros!
 11. a) Egy egyszersű, 673 csúcsú síkbarajzolt gráf minden tartománya háromszög. Bizonyítsuk be, hogy pontosan 2013 éle van!
b) Lássuk be, hogyha egy síkbarajzolható G gráfnak kevesebb, mint $3n - 6$ éle van, akkor be tudunk húzni egy új élet, hogy a kapodd gráf továbbra is egyszerű, síkbarajzolható marad!
c) Igazoljuk, hogy minden síkgráf tartalmaz olyan csúcsot, aminek a foka legfeljebb 5.
d) Mutassuk meg, hogyha egy gráf legalább 11 csúccsal rendelkezik, akkor vagy ő, vagy a komplementere biztosan nem síkgráf.
 12. Egy kovex test minden lapja négyszög vagy nyolcszög, valamint minden csúcsában pontosan három lap találkozik. Mennyi a négyszög- és a nyolcszöglapok számának különbsége?
- **Házi feladat**
1. Van egy 20 csúcsú gráfunk, amiben minden csúcs foka 8. Válasszunk ki egy tetszőleges csúcsot a gráfból, és hagyjuk el (a rá illeszkedő élekkel együtt, természetesen)! Igazoljuk, hogy a gráf élkormatikus száma nem változott!
 2. Induljunk ki egy 5 hosszú körből, majd minden élet cseréljük le három párhuzamosra. Mennyi az így kapott gráf élkormatikus száma? (A gráf nem lesz egyszerű, így nem használható a Vizing-tétel.)