10. Alapfogalmak

I. Elemi számítások.

a.) Számoljuk ki az alábbi mennyiségeket.

$$(1+j)^{100} \quad (1+j)^{1+j} \quad (1-j)^{3+3j} \quad \ln(j)$$

b.) Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

$$\begin{array}{llll} \sin(z)=2 & \cos(z)=3j & \sin(z)=1+2j & j^z=1+2j \\ z^{100}=1+2j & z^2+2z+2=j & \mathrm{ch}(z)=-1 & \mathrm{sh}(z)=j \end{array}$$

c.) Az Euler-formula segítségével igazoljuk az alábbi egyenlőségeket.

$$\sum_{k=0}^{n} \sin(kx) = \frac{\sin(x)}{2} \cdot \frac{\cos((n+1)x)-1}{\cos(x)-1} - \frac{\sin((n+1)x)}{2}$$

$$\sum_{k=0}^{n} \cos(kx) = \frac{1-\cos((n+1)x)}{2} - \frac{\sin(x)}{2} \cdot \frac{\sin((n+1)x)}{\cos(x)-1}$$

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\cos(kx)}{k!} = \mathrm{e}^{\cos(x)} \cos(\sin(x))$$

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin(kx)}{k!} = \mathrm{e}^{\cos(x)} \sin(\sin(x))$$

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\cos\big((2k+1)x\big)}{(2k+1)!} = (\sin(\cos(x)))(\mathrm{ch}(\sin(x)))$$

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\sin\big((2k+1)x\big)}{(2k+1)!} = (\cos(\cos(x)))(\mathrm{sh}(\sin(x)))$$

II. Komplex sorozatok, sorok és határértékek.

a.) Vizsgáljuk a következő komplex sorozatok és sorok konvergenciáját, ahol lehet számoljuk ki a határértéket, illetve a sorösszeget.

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{j+1}{\sqrt{\pi}}\right)^n \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(1+jn)^2} \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\sqrt{3}+j)^n}{5^{\frac{n}{2}}} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{jn}}{n^2}$$

b.) Határozzuk meg az alábbi határértékeket.

$$\lim_{z\to 0} \frac{|z|^2 e^z}{\bar{z}} \qquad \lim_{z\to -2j} \frac{(2z+3)(z-1)}{z^2-2z+4} \qquad \lim_{z\to j} \frac{1}{1+z^2}$$

---

10. Matematika A3, 2006.11.22., 1. lap, Andai Attila nyomán