

12. Leképezések

I. Lineáris leképezések.

a.) Határozza meg, hogy a $w(z) = (4 + 3j)z + 2 - 4j$ leképezés milyen alakzatba viszi át a $|z - 1 - 2j| = 2$ egyenletű körvonalat!

b.) Adjon meg olyan lineáris függvényt, amely a $|z - 4| < 2$ tartományt a $|w - 3 - 3j| < 10$ tartományba viszi át!

c.) Adjon meg egy olyan lineáris függvényt, amely az $Im(z) \geq 2$ félsíkot az $Im(w) + Re(w) \leq 1$ félsíkba viszi át!

II. Lineáris törtleképezések.

1.) Határozza meg azt a lineáris törtfüggvényt, amely

a.) a $|z - 1 - 2j| < 2$ tartományt a $|w - 4 - 5j| > 3$ tartományra képezi le!

b.) a $Re(z) \geq 0$ félsíkot a $|w - 4j| \leq 3$ körre képezi le!

c.) a $|z - 1| \leq 4$ kört a $Re(w) \geq Im(w)$ félsíkra képezi le!

2.) Melyek azok a lineáris törtfüggvények, amelyek a $z_1 \neq z_2$ pontokhoz a $w_1 \neq w_2$ pontokat rendelik?

3.) Határozza meg, hogy a

$$w = \frac{z - 1}{z - 3}$$

leképezés milyen alakzatba viszi át a z -sík origón áthaladó egyeneseit, illetve origó középpontú köreit!

III. További függvények.

1.) Határozza meg, milyen alakzatba viszi át az $f(z) = z^2$ függvény a

$$z = 4e^{j\varphi}, \quad \varphi \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

félkört és a

$$z = re^{j\pi/6}, \quad r \in R^+$$

félegyenest!

2.) Határozza meg, hogy az $f(z) = \sqrt{z}$ függvény milyen síkrészre képezi le a $Re(z) \geq 0$, illetve a $Re(z) \leq 0$ félsíkokat!

3.) Határozza meg, milyen alakzatra képezi a z -sík tengelyekkel párhuzamos egyeneseit a $w = \cos(z)$ függvény!