

3. Egzakt differenciálegyenletek

I. Oldjuk meg az egzakt differenciálegyenletekre vonatkoz kezdetiérték-feladatokat.

$$a) \quad 2x^3 - xy(x)^2 + (2y(x)^3 - x^2y(x))y'(x) = 0, \quad y(0) = 2$$

$$b) \quad 2xy(x) + (1 + x^2)y'(x) = 0, \quad y(1) = 2$$

$$c) \quad y'(x) = \frac{\sin y(x) + y(x) \sin x}{\cos x - x \cos y(x)}, \quad y(0) = 3$$

II. Keressünk megfelelő multiplikátort, hogy egzakttá tegyük az alábbi differenciálegyenleteket, és oldjuk is meg őket.

$$a) \quad y(x) + 3y(x)y'(x) = 0, \quad \mu(x, y) = \varphi(y)$$

$$b) \quad 2x^2y(x) + 2y(x) + 5 + (2x^3 + 2x)y'(x) = 0, \quad \mu(x, y) = \varphi(x)$$

$$c) \quad xy(x) + x^2 + 1 + x^2y'(x) = 0, \quad \mu(x, y) = \varphi(x)$$

$$d) \quad x^5y(x)^4 + x^7y(x)^3y'(x) = 0, \quad \mu(x, y) = \varphi(x)$$

$$e) \quad xy'(x) = (1 + xy(x))y(x), \quad \mu(x, y) = \varphi(y)$$

$$f) \quad y'(x)(y(x)e^x - 1) + y(x) = 0, \quad \mu(x, y) = \varphi(x)$$

III. Szukcesszív approximációval oldjuk meg a következő feladatokat.

$$a) \quad y'(x) = xy(x), \quad y(0) = 1$$

$$b) \quad y'(x) = x^2 + y^2(x), \quad y(0) = 1$$

$$c) \quad \frac{dv}{dt} = g - \varepsilon v(t)^2, \quad v(0) = 0$$

IV. Euler-módszerrel $h = 0.1$ lépésközzel határozzuk meg az

$$y'(x) = x^2y(x), \quad y(0) = 1$$

kezdetiérték-feladat közelítő megoldását a $[0, 0.4]$ intervallumban. Vessük össze a közelítő eredményt a pontossal.